

**CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE
SESSION 2024**

**ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE
PHYSIQUE**

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

La rigueur du raisonnement et la clarté de la présentation seront prises en compte dans la notation.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'utilisation de toute documentation (dictionnaire, support papier, traducteur, téléphone portable, assistant électronique, etc) est strictement interdite.

Dans l'énoncé, exprimer signifie donner l'expression littérale, calculer signifie donner la valeur numérique. Les vecteurs sont notés en caractères gras. Ainsi, $\mathbf{E}(M)$ désigne le vecteur champ électrique au point M.

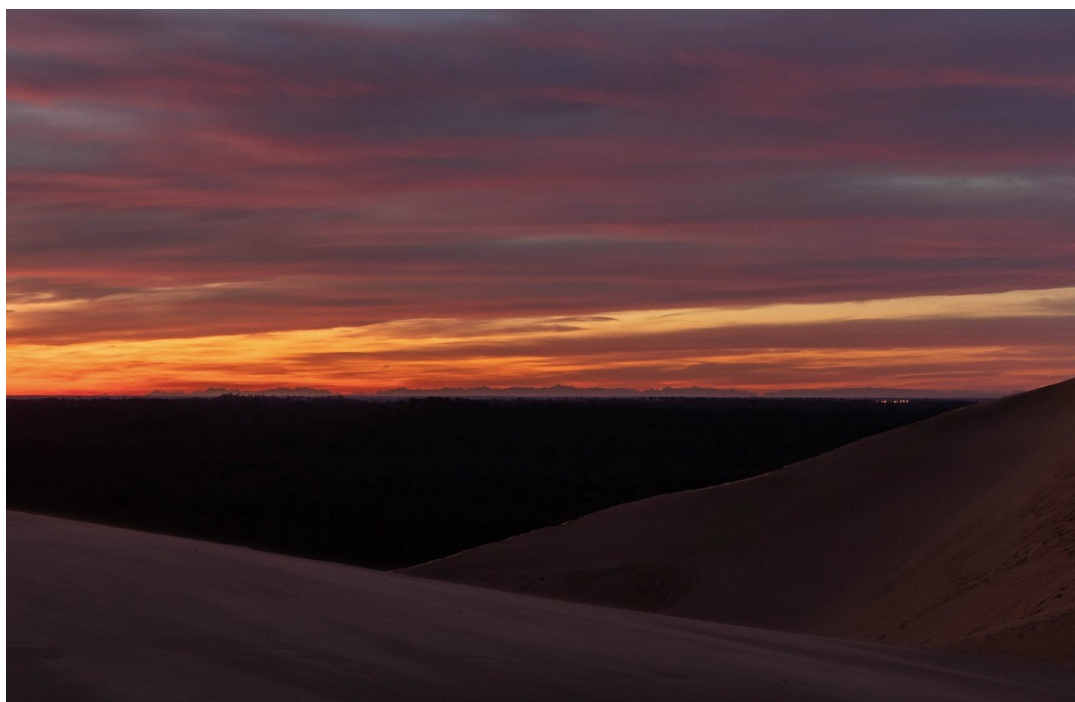
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Barème indicatif : les cinq exercices pèsent approximativement avec le même poids dans la note globale.

Cette épreuve comporte 7 pages (page de garde incluse).

Premier exercice : étude d'un mirage

1. Qu'appelle-t-on indice de réfraction de l'air ? À quelles autres grandeurs est-il relié ?
2. Rappeler les lois de Descartes (ou de Snell-Descartes) à l'interface de deux milieux d'indice optique respectifs n_1 et n_2 . Un schéma sera bienvenu. Vous prendrez soin de bien donner le nom des rayons et des angles représentés.
3. À quelle(s) condition(s) peut-il y avoir réflexion totale sur l'interface qui sépare les milieux ?
4. L'indice de l'air augmente-t-il ou diminue-t-il lorsque la densité de l'air augmente ?
5. Dans l'atmosphère usuelle, comment évolue la densité de l'air lorsque l'altitude augmente ? En déduire quelle est la courbure des rayons lumineux dans l'atmosphère usuelle. Commenter.
6. La photo suivante, prise un petit matin de janvier 2024, montre que les Pyrénées (et en particulier le Pico de la Maladetta, massif de l'Aneto) apparaissent nettement depuis la Dune du Pilat, et de façon grossies, alors qu'en temps normal on ne peut voir en ligne droite ces sommets éloignés de plus de 250 km. Proposez une explication à l'existence de ce phénomène de mirage.



*Figure 1: Les Pyrénées vues le 28 janvier 2024 depuis la Dune du Pilat
© Florian Clément (reproduction avec l'accord de l'auteur)*

7. Quel autre phénomène de mirage connaissez-vous ?
8. L'indice de l'air dépend par ailleurs de la longueur d'onde λ de la lumière, selon la loi de Cauchy $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$ avec A et B coefficients positifs. Cette loi vous permet-elle d'expliquer le phénomène de rayon vert, à savoir apparition au soleil couchant d'un dernier rayon vert ?

Deuxième exercice : fonte d'une plaque de neige

On considère dans cet exercice la fonte d'une plaque de neige sous l'action du soleil, au mois d'avril, un jour de ciel clair. Le soleil apporte alors un éclairement de $E = 800 \text{ W.m}^{-2}$ au voisinage de l'heure méridienne au niveau d'un sol horizontal, sur lequel est déposé une couche de neige homogène, de masse volumique $\rho = 100 \text{ kg.m}^{-3}$.

Données :

chaleur latente de fusion de l'eau : $L_{\text{fus}}(0^\circ\text{C}) = 333 \text{ kJ.kg}^{-1}$

chaleur latente de vaporisation de l'eau : $L_{\text{vap}}(0^\circ\text{C}) = 2\,501 \text{ kJ.kg}^{-1}$

9. Rappeler quels sont les changements d'état associés à la fusion, à la vaporisation et à la sublimation de l'eau. Comment expliquer l'importance de la différence entre les chaleurs latentes de fusion et de vaporisation ?

10. Rappeler quel est le lien entre une puissance (en Watt) et une énergie (en Joule),

11. Pour une surface d'aire S recevant un éclairement E pendant une heure, quelle est la quantité d'énergie (notée Q) reçue ?

Application numérique : lorsque $E = 800 \text{ W.m}^{-2}$ et $S = 1 \text{ m}^2$, donner la quantité d'énergie reçue en une durée de heure.

12. Quelle est donc la masse de neige qui peut ainsi fondre ? À quelle épaisseur e cela correspond-il ? A.N.

13. Si la neige ne fond pas mais est directement sublimée, quelle est la masse d'eau ainsi sublimée ? À quelle épaisseur e cela correspond-il ? A.N.

En réalité, tout le rayonnement solaire n'est pas absorbé par la neige, une grande partie est reflétée. On appelle albedo la fraction de l'éclairement incident qui est reflété. Pour la neige fraîche, l'albedo vaut $A=0,9$

14. Quelle est la nouvelle valeur de l'énergie reçue par la neige en une heure ? Quelle masse et quelle épaisseur de neige a pu fondre dans cette même durée ? Ou bien être sublimée ?

15. Les vents de Sud apportent parfois des particules de sable désertiques, susceptibles de se déposer sur la neige. Quel peut être l'impact de tels dépôts ?

16. Quels autres impacts peut avoir la présence du vent sur l'évolution du manteau neigeux ?

17. Pourquoi peut-on penser que la sublimation est davantage préjudiciable pour la disparition du manteau neigeux que la fonte ?

Troisième exercice : De l'eau dans un verre

On considère dans cet exercice l'eau (fluide incompressible, masse volumique ρ) contenue dans un verre cylindrique, de base horizontale circulaire de rayon R , et de hauteur H . On appelle (Oz) l'axe de symétrie de révolution de ce cylindre, O étant placé à sa base inférieure, l'axe (Oz) étant ascendant (orienté vers le haut). Le tout est placé dans le référentiel terrestre de la cuisine, auquel on attache le repère orthonormé direct $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. L'accélération de pesanteur est notée $\mathbf{g} = -g \mathbf{e}_z$ avec $\mathbf{e}_z$ vecteur unitaire ascendant et $g = 9,81 \text{ m.s}^{-1}$.

18. Représenter sur un schéma le verre cylindrique, l'axe (Oz) , et l'accélération de pesanteur $\mathbf{g}$.

19. On considère une particule élémentaire d'eau de volume mésoscopique $\delta\tau$. Quelle est l'expression de la force de poids que subit cette particule ? À quelle condition peut-on lui associer une l'énergie potentielle ? Retrouver l'expression de l'énergie potentielle qui lui est associée. Vérifier la cohérence de ce résultat.

20. Si l'on verse un volume V d'eau liquide dans le verre, quelle est la hauteur h de laquelle l'eau s'élève dans le verre ?

21. Préciser ce que désigne le mot « équipotentielle ». Constater que la surface de l'eau est alors une équipotentielle.

On met en mouvement de rotation, à vitesse angulaire constante $\boldsymbol{\Omega} = \Omega \mathbf{e}_z$ le verre autour de l'axe (Oz) dans le référentiel de la cuisine. Peu à peu, l'eau qu'il contient se met également à tourner dans son ensemble à cette même vitesse angulaire, autour de ce même axe.

22. D'après votre expérience, comment va évoluer la forme de la surface libre de l'eau dans le verre (la surface libre est la surface délimitant l'eau liquide de l'air) ?

On cherche à retrouver l'équation de cette surface libre de l'eau en rotation uniforme et constante dans le verre. On se place pour cela dans le référentiel du verre en rotation, auquel on associe le repère $(O, \mathbf{e}_x', \mathbf{e}_y', \mathbf{e}_z')$. Dans ce référentiel, la particule élémentaire d'eau centrée en M est soumise à une force supplémentaire $\delta\mathbf{F}_{ie} = -\delta m \boldsymbol{\gamma}_e$, où $\boldsymbol{\gamma}_e = r \Omega^2 \mathbf{e}_r$ est appelée accélération d'entraînement avec r distance entre M et l'axe (Oz) et $\mathbf{e}_r$ vecteur radial unitaire associé aux coordonnées cylindriques.

23. Vérifier par une étude dimensionnelle que l'expression de la force $\delta\mathbf{F}_{ie}$ peut convenir. Comment appelle-t-on, en mécanique du point, et aussi en langage courant et dans ce cas, cette force $\delta\mathbf{F}_{ie}$?

24. Montrer qu'à cette force d'inertie d'entraînement peut être associée une énergie potentielle (qu'on notera E_{pie}) et en retrouver l'expression mathématique.

25. En déduire quelle est la forme de l'équation mathématique de la surface libre d'eau dans le verre. On pourra donner des pistes sur la méthode à employer pour déterminer de façon complète cette équation. Quelle vérification proposer pour vérifier que cette équation est pertinente ?

Quatrième exercice : Détente d'un gaz

26. Rappeler la loi des Gaz Parfaits. À quelle(s) condition(s) peut-on considérer qu'un gaz se comporte comme un gaz parfait ?

27. Énoncer le premier principe de la thermodynamique. En donner une explication succincte.

28. Qu'appelle-t-on transformation adiabatique ? Comment se réécrit le premier principe de la thermodynamique pour une transformation adiabatique ?

29. Énoncer le second principe de la thermodynamique. En donner une interprétation. Comment se simplifie-t-il dans le cas d'une transformation adiabatique ?

30. On considère un gaz parfait subissant une transformation adiabatique lente. Retrouver la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{cte}$ avec $\gamma = C_p/C_v$ où C_p et C_v désignent respectivement les capacités thermiques à pression et à volume constant. On donne $C_v = nR/(\gamma-1)$ avec n nombre de moles de gaz et R constante des gaz parfaits. Par ailleurs, pour les applications numériques qui vont suivre, on donne $\gamma=1,4$.

31. On considère un gaz subissant une détente adiabatique lente, d'une pression $P_1=1000$ hPa et une température $T_1=293$ K à une pression $P_2=800$ hPa. Quelle est la température T_2 atteinte ?

On donne la loi empirique de Rankine donnant une estimation (à quelques pourcents près dans la gamme de température qui nous intéresse) de la pression de vapeur saturante $e(T)$ en fonction de la température T : $\ln e = 13,7 - 5120 / T$ avec e en bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$) et T en K.

32. D'après cette loi, comment évolue la pression de vapeur saturante en fonction de la température ? Si l'air initial (état 1 de la question précédente) est très chargé en vapeur d'eau, que risque-t-il de se passer lors de la détente adiabatique lente ? La température T_2 en est-elle modifiée et si oui dans quel sens ?

33. Que se passe-t-il lorsque une masse d'air chaud et humide rencontre un relief, est soulevée en altitude par celui-ci, puis perd ensuite de l'altitude à la sortie du relief ?

Cinquième exercice : Chute d'une goutte d'eau sur un disdromètre

Un disdromètre est un appareil de mesure la type et l'intensité des précipitations, en comptant le nombre de gouttes d'eau ayant chuté sur lui et en estimant la taille de celles-ci.

Les gouttelettes d'eau sont supposées sphériques et de tailles identiques, chacune de masse m et de diamètre D , et tombent dans l'air en étant soumise à trois forces : leur poids $\mathbf{P}$, la poussée d'Archimède $\mathbf{\Pi}$ et la force de frottement visqueux $\mathbf{F}_f = -\alpha \mathbf{v}$, où $\mathbf{v}$ désigne la vitesse, et $\alpha = 3\pi\eta D$ avec η viscosité dynamique.

On donne :

masse volumique de l'eau liquide : $\rho_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

masse volumique de l'air : $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

viscosité de l'air : $\eta = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ USI}$ (unités du système international)

masse molaire de l'eau : $M_{\text{eau}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

masse molaire de l'air : $M_{\text{air}} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

34. On s'intéresse à la chute de la goutte d'eau. Sur un schéma, représenter les forces auxquelles est soumise la gouttelette d'eau. Donner l'expression de chacune des forces. Justifier le fait qu'on puisse négliger la poussée d'Archimède. On négligera cette force par la suite.

35. Montrer que la vitesse est solution d'une équation différentielle de la forme $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = g$
Préciser l'expression de la constante τ et donner son unité.

36. Initialement, la vitesse est nulle : $\mathbf{v}(t=0) = \mathbf{0}$
Résoudre pour obtenir l'expression de la vitesse $\mathbf{v}(t)$

37. Pour une pluie stratiforme dont les gouttelettes ont un diamètre de $D = 1 \text{ mm}$, calculer la vitesse limite de chute et la quantité de mouvement associée au moment de l'impact sur le disdromètre.

38. Le disdromètre à impact, tel celui vendu par l'entreprise Vaisala, se compose d'un plateau horizontal, de masse m , posé sur un matériau piézoélectrique, qui mécaniquement se comporte comme un ressort vertical, de raideur k et de longueur à vide l_0 et électriquement qui crée sous contrainte un champ électrique interne E proportionnel à sa déformation, faisant apparaître à ses bornes une tension proportionnelle à cette déformation (voir figure 2 page suivante).

Proposer une ou plusieurs méthodologies qui permettraient de déterminer l'intensité des précipitations et l'éventuelle présence de grêle.

NB : cette dernière question, exploratoire, vise à vous faire modéliser les phénomènes mis en jeu. Elle requiert des prises d'initiatives de votre part. Le poids de cette question est sensiblement élevé dans le barème de ce cinquième exercice.

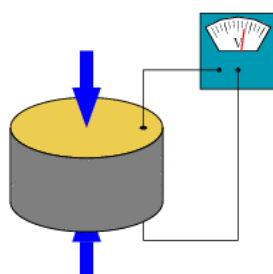


Figure 2: Modélisation du disdromètre : le plateau supérieur horizontal (en jaune) est soutenu par un matériau piezoélectrique (en gris) dont on peut relever la tension entre les ses deux faces inférieure et supérieure, lorsqu'il est soumis à une contrainte (représentée par les flèches indigo) © Wikimedia Commons, la médiathèque libre