

**CONCOURS EXTERNE SPÉCIAL POUR LE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE
ET
D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DE L'ÉCOLE NATIONALE DE LA MÉTÉOROLOGIE
SESSION 2024**

**ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE
PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE**

Durée : 4 heures

Coefficient : 8

La rigueur du raisonnement et la clarté de la présentation seront prises en compte dans la notation.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'utilisation de toute documentation (dictionnaire, support papier, traducteur, téléphone portable, assistant électronique, etc.) est strictement interdite.

L'utilisation d'une **calculatrice** de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisé à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante ni dispositif externe de stockage (cartes, clé usb, etc). Elle devra être utilisée en mode examen.

IMPORTANT : CHACUNE DES PARTIES I, II et III DOIT ÊTRE RÉDIGÉE SUR UNE COPIE SÉPARÉE

Pour tout document annexe rendu avec la copie, le candidat portera sur celui-ci le nom du centre son numéro de candidat inscrit sur sa convocation et la partie concernée (I, II ou III). Aucune autre information d'identification ne devra être présente sur ces documents.

En bas et à droite de chacune des copies doubles et des documents annexes, le candidat devra porter un numéro d'ordre (1/N, 2/N, N correspondant au nombre total de documents rendus)

Le candidat doit traiter l'ensemble de l'épreuve.

Documents fournis avec les copies : un émagramme pour la partie II

Météorologie dynamique, partie I – 3 pages – 7 points

Météorologie générale, partie II – 2 pages – 7 points

Couche limite, partie III – 3 pages – 6 points

Ce sujet comporte **9** pages (page de garde incluse)

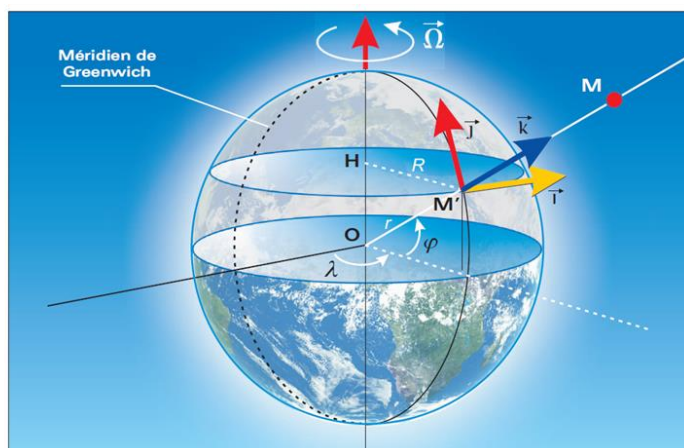


Partie I : MÉTÉOROLOGIE DYNAMIQUE

Les deux exercices sont indépendants

Exercice 1 : tourbillon et équation d'évolution

On se place dans le repère local de la particule : un point mobile M est repéré par sa longitude λ , sa latitude φ et son altitude z et on associe au point M' de la surface terrestre à la verticale du point M trois vecteurs unitaires : \vec{i} orienté vers l'est, \vec{j} orienté vers le nord et \vec{k} orienté selon la verticale locale. On se place également dans le cadre de l'approximation du plan tangent à la sphère (géométrie plane et coordonnées cartésiennes).



On rappelle l'expression vectorielle du tourbillon absolu $\vec{\zeta}_a$, somme du tourbillon relatif $\vec{\zeta}$ et du tourbillon d'entraînement (ou tourbillon planétaire) $2\vec{\Omega}$:

$$\vec{\zeta}_a = \overrightarrow{rot}(\vec{V}_{abs}) = \overrightarrow{rot}(\vec{V}) + \overrightarrow{rot}(\vec{V}_e) = \vec{\zeta} + 2\vec{\Omega}$$

1. Exprimer les composantes du tourbillon relatif $\vec{\zeta} = (\eta, \gamma, \xi)$ dans le repère local en fonction des dérivées spatiales de la vitesse relative $\vec{V} = (u, v, w)$.
2. Exprimer les composantes du tourbillon planétaire $2\vec{\Omega}$ dans le repère local.
3. En déduire l'expression de la composante verticale du tourbillon absolu ξ_a . On notera $f = 2\Omega \sin(\varphi)$ le paramètre de Coriolis.
4. Rappeler l'expression de la divergence horizontale D en fonction des dérivées spatiales du vent.

On se place à l'échelle synoptique aux moyennes latitudes :

5. Quels sont les ordres de grandeurs respectifs de l'échelle de vitesse U , de l'échelle horizontale L et de l'échelle verticale H ?
6. Définir le nombre de Rossby R_0 et donner son ordre de grandeur en fonction de f , U et L . Calculer sa valeur.

- Exprimer l'ordre de grandeur du rapport $\frac{\xi}{f}$ en fonction de R_0 .
- Sachant que l'ordre de grandeur du rapport $\frac{D}{\xi}$ est égal à l'ordre de grandeur du rapport $\frac{\xi}{f}$, exprimer l'ordre de grandeur de D en fonction de R_0 , L et U .

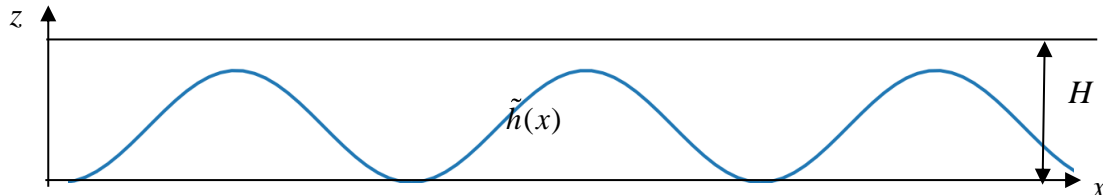
Soit l'équation d'évolution du tourbillon absolu :
$$\frac{D\vec{\zeta}_a}{Dt} = -\text{div}(\vec{V})\vec{\zeta}_a - \frac{\vec{\nabla}P \times \vec{\nabla}\rho}{\rho^2} + (\vec{\zeta}_a \cdot \vec{\nabla})\vec{V}$$

 ρ désigne ici la masse volumique et P la pression.

- Etablir l'équation d'évolution de la composante verticale du tourbillon absolu ξ_a .
- Comment se simplifie cette dernière équation à grande échelle et dans le cadre d'un écoulement barotrope non-divergent ?

Exercice 2 : ondes de Rossby forcées par un relief idéalisé

On cherche à étudier les ondes de Rossby forcées par la présence d'un relief dans un cadre bidimensionnel (x, z) . On considère un relief sinusoïdal idéalisé dont les crêtes sont orientées nord/sud : $\tilde{h}(x) = h_0 \cos(kx)$. Le fluide est supposé incompressible de masse volumique uniforme ρ_0 et sa surface libre est supposée constante et égale à H .



Ce cadre d'étude admet un invariant scalaire : le tourbillon potentiel de Saint-Venant Q défini comme le quotient du tourbillon absolu vertical et de l'épaisseur de la couche fluide :

$$Q = \frac{\xi + f}{H - \tilde{h}} \quad \frac{D_h}{Dt} \left(\frac{\xi + f}{H - \tilde{h}} \right) = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{D_h}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$$

Approximation du β -plan

- En effectuant un développement limité pour un petit déplacement $\delta\varphi$ autour d'une latitude de référence φ_0 , démontrer que le paramètre de Coriolis peut s'écrire $f = 2\Omega \sin(\varphi) = f_0 + \beta \delta y$ avec $\delta y = a \delta\varphi$. On explicitera l'expression de β en fonction du rayon de la Terre a , de la rotation de la Terre Ω et de la latitude φ .
- On considère que le relief étudié est à la latitude 50°N . Calculer la valeur de β correspondante (on prendra $\Omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ et $a = 6370 \text{ km}$).

Linéarisation de la conservation du tourbillon potentiel

3. Démontrer que sous les hypothèses $\tilde{h} \ll H$ et $\xi \ll f_0$ la conservation du tourbillon potentiel de Saint-Venant s'écrit :

$$\frac{D_h}{Dt}(\xi + f) = -\frac{f_0}{H} \frac{D_h}{Dt}(\tilde{h}) \quad (1)$$

On cherche à linéariser l'équation (1). On décompose chaque variable α en 2 parties : l'état de base $\bar{\alpha}$ et la perturbation $\tilde{\alpha}$, écart local par rapport à l'état de base. On considère que les perturbations sont petites et on négligera ainsi tous les produits de perturbations. Par ailleurs, la perturbation de vitesse

étant non-divergente, il existe une fonction de courant ψ telle que $\tilde{u} = -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial y}$ et $\tilde{v} = \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x}$.

4. Démontrer que la linéarisation de l'équation (1) autour d'un écoulement de base $\bar{u} = cst > 0$ et $\bar{v} = 0$ conduit à l'équation suivante pour la perturbation de fonction de courant $\tilde{\psi}$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta \tilde{\psi} + \beta \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} = -\frac{f_0}{H} \bar{u} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x}$$

Solution de l'équation linéarisée

5. En cherchant une solution stationnaire de la forme $\tilde{\psi}(x) = \psi_0 e^{ikx}$ et sachant que le nombre d'onde zonal k est imposé par le terrain sous-jacent ($\tilde{h}(x) = h_0 e^{ikx}$), établir l'expression de l'amplitude ψ_0 de la solution en fonction de h_0, f_0, H, k, β et \bar{u} .
6. On se place dans l'hémisphère nord. Quelle est la condition sur la longueur d'onde zonale $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ pour que la solution stationnaire soit en phase avec le relief ? Dans quel sens l'onde de Rossby contourne-t-elle alors la crête du relief ?
7. Mêmes questions pour que la solution stationnaire soit en opposition de phase avec le relief.
8. En considérant un écoulement de base des moyennes latitudes $\bar{u} = 10 \text{ ms}^{-1}$ et d'après la valeur de β calculée à la deuxième question, en déduire le sens de contournement observé pour les grands reliefs terrestres de l'hémisphère nord.



**METEO
FRANCE**

À VOS CÔTÉS, DANS UN
CLIMAT QUI CHANGE

Partie II : MÉTÉOROLOGIE GÉNÉRALE

Pièce jointe : 1 émagramme
Les trois exercices sont indépendants

Données :

Constante spécifique de l'air sec : $R_a = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Constante spécifique de la vapeur d'eau : $R_v = 461,5 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Capacité thermique à pression constante de l'air sec : $C_{pa} = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

Exercice 1 : Généralités sur l'atmosphère

- 1) a) Décrire et expliquer le bilan radiatif en moyenne annuelle et zonale du système Terre-Atmosphère.
b) En réponse à ce bilan, quelles sont les circulations atmosphériques méridiennes qui se mettent en place ? Représenter schématiquement ces circulations avec une coupe méridienne verticale, en moyenne annuelle et zonale.
c) On observe des asymétries zonales dans le bilan radiatif en moyenne annuelle du système Terre-Atmosphère. Expliquer pourquoi ? Le Sahara, en particulier, est-il plutôt une source ou un puits énergétique ? Justifier la réponse.
- 2) a) Qu'est-ce que la « Zone de Convergence Inter-Tropicale » (ZCIT) ?
b) Quel type de temps caractérise la ZCIT ?
c) Décrire la position de la ZCIT en moyenne annuelle, ainsi que ses déplacements en fonction de la saison.
d) Qu'est-ce qu'un flux de mousson ?
- 3) a) En plaçant la latitude en abscisse (entre 90°N et 90°S) et la pression en ordonnée (entre 1000 hPa et 100 hPa), dessiner une coupe du champ de vent zonal en moyenne annuelle et zonale.
b) Superposer, sur la coupe précédente (3.a), la coupe en moyenne annuelle et zonale du champ de température potentielle.
c) Quel équilibre fondamental en météorologie permet de relier la structure du champ de vent à celle du champ de température potentielle ? Expliquer précisément la relation qui existe entre ces 2 champs météorologiques.

Exercice 2 : L'équilibre vertical dans l'atmosphère

- 1) Établir l'équation du mouvement vertical d'une particule d'air. On fera pour cela l'approximation de la pellicule mince et on négligera les termes de frottement et de Coriolis.
- 2) On se place à l'échelle synoptique. Dédurre de l'équation précédente l'expression de l'équilibre hydrostatique en effectuant une analyse en ordre de grandeur. Préciser pour quelles échelles horizontales l'hydrostatisme s'applique. Quantifier la validité de l'hydrostatisme à l'échelle synoptique.
- 3) En déduire la relation de Laplace des épaisseurs (également appelée formule de Laplace) à partir de l'hydrostatisme et en précisant les hypothèses faites pour établir cette relation.

4) Soit une couche d'air atmosphérique comprise entre 1000 hPa et 850 hPa. La température moyenne de cette couche d'air est de 32°C et son rapport de mélange moyen est de 10 g/kg.

a) Donner la définition de la température virtuelle notée T_v .

b) On appelle le rapport de mélange r d'une particule d'air humide, le rapport entre la masse de vapeur d'eau m_v et la masse d'air sec m_a soit $r = \frac{m_v}{m_a}$.

En utilisant la Loi de Dalton et de la Loi des gaz parfaits, donner l'expression de la température virtuelle en fonction de r et de T .

c) Calculer l'épaisseur de cette couche.

Exercice 3 : Radiosondage à Metz

Un radiosondage, effectué à la fin d'une journée d'été à Metz, a permis de dresser le tableau suivant regroupant des mesures de pression P , de température T et de température de point de rosée T_d à partir du sol.

P (hPa)	1000	900	800	700	600	500	400	300	250	200
T (°C)	35	26	16	10	1	-8	-19	-34	-43	-43
T_d (°C)	16	11	4,5	3	-1	-19,5	-19	-34	-43	-56

On désigne par θ'_w la température pseudo-adiabatique potentielle du thermomètre mouillé et T'_w la température pseudo-adiabatique du thermomètre mouillé.

1) a) Représenter sur un émagramme la courbe d'état de ce sondage en rouge reliant les points de coordonnées P et T . On positionnera également les températures de point de rosée avec des croix noires.

b) Représenter en bleu la courbe reliant les points de coordonnées P et T'_w .

c) Quelles sont les couches (ou les niveaux) susceptibles de générer une formation nuageuse. Préciser s'il y a lieu, la base et le sommet de ces nuages à l'aide d'un schéma sur l'émagramme, en précisant les différents types de nuages formés (stratiforme, cumuliforme).

2) Montrer que l'accélération verticale d'une particule d'air peut s'exprimer en fonction de sa température virtuelle notée T_{vp} et de celle de l'air environnant notée T_{ve} . Vous explicitez les hypothèses utilisées.

3) a) Soit une particule de masse unité, initialement à la pression P , subissant une détente dP . Montrer que la variation de l'énergie cinétique verticale de la particule de_c s'exprime en fonction de P , de dP ainsi que des températures virtuelles de la particule T_{vp} et de son environnement T_{ve} .

b) En déduire que la variation d'énergie cinétique verticale massique pour une détente dP est proportionnelle à une surface dS évaluée sur l'émagramme.

c) Définir les notions de CAPE (Convective Available Potential Energy) et de CIN (Convective Inhibition).

d) Matérialiser sur l'émagramme la surface proportionnelle à la CAPE par des hachures rouges et la surface proportionnelle à la CIN par des hachures bleues pour une particule issue de la base du radiosondage de Metz.



Partie III : COUCHE LIMITE

Questionnaire à choix multiples

Inscrivez sur votre copie le numéro de la question, et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Une seule bonne réponse par question.

Barème : 0,3 point par bonne réponse, -0,1 point par réponse incorrecte, 0 point en l'absence de réponse.

Question 1

La couche limite atmosphérique (CLA) en ciel clair est principalement influencée par

- a) la surface, à des échelles de temps de l'ordre de l'heure
- b) la surface, à des échelles de temps de l'ordre de la journée
- c) l'atmosphère libre, à des échelles de temps de l'ordre de l'heure
- d) l'atmosphère libre, à des échelles de temps de l'ordre de la journée

Question 2

Dans une CLA de 1000 mètres d'épaisseur environ, la couche limite de surface représente jusqu'à

- a) 10 mètres
- b) 50 mètres
- c) 100 mètres
- d) 250 mètres

Question 3

Dans la zone d'entraînement, il y a souvent :

- a) des gradients verticaux de vent, de température et d'humidité faibles
- b) une inversion verticale de la température
- c) un vent horizontal égal au vent géostrophique
- d) une énergie cinétique turbulente maximale sur la verticale

Question 4

Pour une variable aléatoire, la moyenne d'ensemble

- a) est toujours soumise à l'hypothèse d'ergodicité
- b) est une moyenne arithmétique de n réalisations supposées identiques
- c) est nulle
- d) est toujours égal à une moyenne spatio-temporelle

Question 5

La CLA est définie stable lorsque :

- a) le vent est faible
- b) le rayonnement solaire incident est nul
- c) le gradient vertical de la température est positif
- d) le gradient vertical de la température potentielle est positif

Question 6

L'échelle de temps des tourbillons les plus énergétiques dans une CLA convective est de

- a) 10 minutes
- b) 1 minute
- c) 100 secondes
- d) 1 heure

Question 7

Dans une CLA instable, la longueur de Monin-Obukhov est

- a) positive
- b) négative

Question 8

Dans une tranche de CLA, le flux turbulent moyen de chaleur sensible décroît de $1,2 \text{ W.m}^{-3}$ sur la verticale. Quel est le taux approximatif de réchauffement de cette tranche (en l'absence de processus radiatifs ou de changement d'état de la vapeur d'eau) ?

- a) 1°C.h^{-1}
- b) $1,5^\circ\text{C.h}^{-1}$
- c) $2,5^\circ\text{C.h}^{-1}$
- d) $3,5^\circ\text{C.h}^{-1}$

Question 9

Dans une CLA instable, la vitesse de friction est

- a) positive
- b) négative

Question 10

Dans la modélisation de la CLA, en général, quel terme n'est pas supposé constant ?

- a) la viscosité dynamique de l'air
- b) la diffusivité thermique de l'air
- c) la viscosité cinématique de l'air
- d) la diffusion turbulente de l'air

Question 11

Quelle approximation n'est pas souvent utilisée dans l'étude de la CLA ?

- a) les variations de la masse volumique sont uniquement prises en compte dans les termes de flottabilité
- b) les variations de certaines propriétés de l'écoulement sont négligées dans la direction horizontale par rapport aux variations sur la verticale
- c) l'effet de la force de Coriolis est négligé dans l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente
- d) l'écoulement est considéré comme compressible

Question 12

D'après vos connaissances, dans l'équation d'évolution de la variance de la température potentielle,

$$-2\overline{\theta'w'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \text{ correspond à}$$

- a) la production thermique
- b) la production dynamique
- c) le transport turbulent de la variance de la température potentielle
- d) la dissipation de la variance de la température potentielle

Question 13

En posant certaines hypothèses, l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente e peut s'écrire, avec ρ la masse volumique de l'air, p la pression, g la gravité :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \underbrace{\frac{-\partial}{\partial z} (\overline{w'u'^2} + \overline{w'v'^2} + \frac{1}{\rho} \overline{w'p'})}_{(I)} - \underbrace{\overline{w'u'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}}_{(II)} - \underbrace{\overline{w'v'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}}_{(III)} + \underbrace{\frac{g}{\theta} \overline{p'\theta'}}_{(IV)} - \epsilon \quad (V) \quad (VI)$$

Un terme a été mal écrit et est donc faux, lequel ?

- a) (I)
- b) (II)
- c) (III) ou (IV)
- d) (V)

Question 14

Le nombre de Richardson flux ne dépend pas

- a) du cisaillement vertical du vent horizontal
- b) du tenseur de Reynolds
- c) du flux vertical de flottabilité
- d) du cisaillement horizontal du vent horizontal



**METEO
FRANCE**

À VOS CÔTÉS, DANS UN
CLIMAT QUI CHANGE

Question 15

L'unité du système international du flux cinématique moyen de chaleur est

- a) $W.m^{-2}$
- b) $J.s^{-1}.m^{-2}$
- c) $K.m.s^{-1}$
- d) $K.kg^{-1}.m.s^{-1}$

Question 16

Quel est l'ordre de grandeur du maximum diurne du flux de chaleur sensible en ciel clair à Toulouse sur une surface herbeuse ?

- a) $25 W.m^{-2}$
- b) $250 W.m^{-2}$
- c) $750 W.m^{-2}$

Question 17

Dans une CLA stable :

- a) le nombre de Richardson gradient est proche de zéro
- b) le nombre de Richardson flux est légèrement négatif
- c) le flux vertical moyen de flottabilité est négatif
- d) le flux vertical moyen de flottabilité est positif

Question 18

En convection libre, la CLA est

- a) dominée par le vent moyen
- b) dominée par les effets thermiques
- c) dominée par le cisaillement de vent
- d) dominée par la production dynamique

Question 19

La hauteur de rugosité dynamique est

- a) nulle au-dessus de la mer
- b) nulle au-dessus de la terre
- c) la hauteur en dessous de laquelle le vent est nul
- d) la hauteur à partir de laquelle l'atmosphère est neutre

Question 20

Dans une couche limite de surface à flux constant, la longueur de mélange de Prandtl dépend au premier ordre

- a) de la hauteur à laquelle se trouve les tourbillons par rapport au sol
- b) de la hauteur de rugosité dynamique du sol
- c) de la stabilité de l'atmosphère
- d) de l'énergie cinétique turbulente

Question 21

La longueur de Monin-Obukhov ne dépend pas

- a) du flux vertical cinématique moyen de la quantité de mouvement à la surface
- b) du flux vertical cinématique moyen de chaleur sensible à la surface
- c) du flux vertical cinématique moyen de chaleur latente à la surface
- d) de la gravité terrestre