RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

METEO FRANCE
À VOS CÔTÉS, DANS UN CLIMAT QUI CHANGE

CONCOURS EXTERNE SPÉCIAL POUR LE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE ET D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DE L'ÉCOLE NATIONALE DE LA MÉTÉOROLOGIE SESSION 2025

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE

Durée : 4 heures | Coefficient : 8

La rigueur du raisonnement et la clarté de la présentation seront prises en compte dans la notation.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'utilisation de toute documentation (dictionnaire, support papier, traducteur, téléphone portable, assistant électronique, etc.) est strictement interdite.

L'**utilisation d'une calculatrice** de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisée à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante ni dispositif externe de stockage (cartes, clé usb, etc). Elle devra être utilisée en mode examen.

IMPORTANT : CHACUNE DES PARTIES I, II et III DOIT ÊTRE RÉDIGÉE SUR UNE COPIE SÉPARÉE

Pour tout document annexe rendu avec la copie, le candidat portera sur celui-ci la lettre du centre, son numéro de candidat inscrit sur sa convocation et la partie concernée (I, II ou III). Aucune autre information d'identification ne devra être présente sur ces documents.
En bas et à droite de chacune des copies doubles et des documents annexes, le candidat devra porter un numéro d'ordre (1/N, 2/N, N correspondant au nombre total de documents rendus)

Le candidat doit traiter l'ensemble de l'épreuve.

Documents fournis avec les copies : un émagramme pour la partie II

Météorologie dynamique, partie I – 2 pages – 7 points
Météorologie générale, partie II – 2 pages – 7 points
Couche limite, partie III – 2 pages – 6 points

Ce sujet comporte 7 pages (page de garde incluse)

Météo-France
73, avenue de Paris - 94165 Saint-Mandé CEDEX - France
www.meteofrance.fr @meteofrance

Partie I : MÉTÉOROLOGIE DYNAMIQUE

Exercice 1 : dérivée lagrangienne et tourbillon

1. On se place en géométrie cartésienne x, y, z et on considère un vecteur vitesse $\vec{V} = (u, v, w)$. Rappeler la définition de la dérivée lagrangienne de la vitesse $\frac{D\vec{V}}{Dt}$ en faisant apparaitre la dérivée eulérienne et le terme de transport.

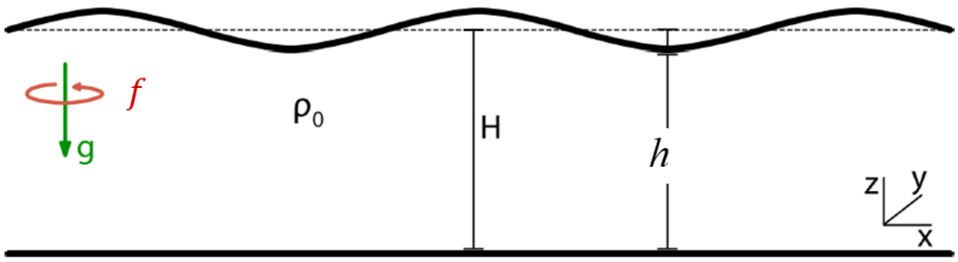
2. Etablir les expressions générales des trois composantes du vecteur tourbillon relatif $\vec{\zeta} = (\eta, \gamma, \xi)$ en fonction des dérivées partielles de la vitesse.

3. Démontrer la relation générale suivante :

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \vec{\zeta} \wedge \vec{V} + \vec{\nabla}\left(\frac{1}{2}\vec{V}.\vec{V}\right) \qquad (a)$$

Exercice 2 : modèle de fluide homogène

On souhaite étudier la dynamique d'un fluide homogène soumis à la gravité et à la rotation de la Terre dans le cadre du modèle en eau peu profonde (modèle « *shallow-water* ») :



Le modèle est décrit en géométrie cartésienne x, y, z par un système de trois équations d'évolution :

$$\begin{cases} \dfrac{Du}{Dt} = -g\dfrac{\partial h}{\partial x} + fv & (1) \\ \dfrac{Dv}{Dt} = -g\dfrac{\partial h}{\partial y} - fu & (2) \\ \dfrac{Dh}{Dt} = -h\left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right) & (3) \end{cases}$$

u : composante zonale de la vitesse
v : composante méridienne de la vitesse
h : hauteur de la surface libre du fluide
g : accélération de la gravité (supposée ici constante)
f : paramètre de Coriolis

Dans les équations du modèle en eau peu profonde, u et v ne dépendent pas de z. On étudie donc le problème en $z=0$. En $z=0$, la condition à la limite sur la vitesse verticale w est $w(z = 0) = 0$ (fond rigide).

1. Rappeler la définition du paramètre de Coriolis f. Quelle valeur de f choisir si l'on souhaite que le modèle soit représentatif de l'écoulement à la latitude *45N* ?

2. Démontrer que dans le cadre du fluide homogène étudié le vecteur tourbillon relatif s'écrit : $\vec{\zeta} = (0, 0, \xi)$.

Appliquer la relation générale *(a)* de l'exercice 1 pour établir les expressions de $\frac{Du}{Dt}$ et $\frac{Dv}{Dt}$ dans le cadre du fluide homogène étudié.

3. En déduire que les équations *(1)* et *(2)* peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - (\xi + f)v = -\dfrac{\partial B}{\partial x} & (1') \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} + (\xi + f)u = -\dfrac{\partial B}{\partial y} & (2') \end{cases}$$

Où $B = gh + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ désigne la fonction de Bernouilli.

4. A partir de ces deux dernières équations, démontrer la relation suivante :

$$\frac{D}{Dt}(\xi + f) = -(\xi + f)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \qquad (4)$$

5. D'après l'équation *(4)*, quel type de champ de vent conduit à une modification du taux de rotation dans le fluide ? Ce mécanisme est l'équivalent pour un fluide d'une propriété fondamentale rencontrée en mécanique du solide. Laquelle ?

6. On considère une colonne de fluide située à la latitude 45N avec un tourbillon relatif de $10^{-5}s^{-1}$. D'après l'équation *(4)*, si la colonne de fluide est soumise à un taux de convergence uniforme de $3*10^{-6}s^{-1}$ persistant pendant un jour, quelle sera la valeur de son tourbillon relatif après un jour ?

7. En utilisant les équations *(3)* et *(4)*, démontrer la conservation du tourbillon potentiel *Q*

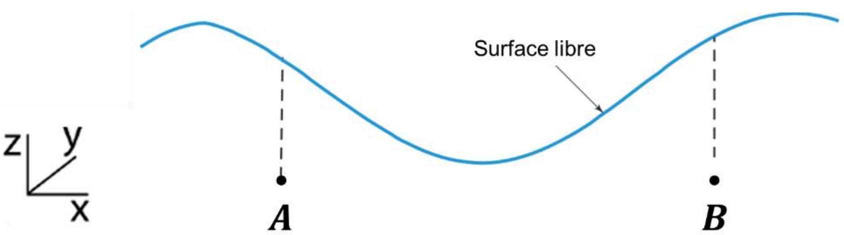
$$\frac{D}{Dt}(Q) = 0 \qquad avec \qquad Q = \frac{\xi + f}{h}$$

8. D'après cette dernière équation, quel est l'impact d'un changement d'épaisseur d'une colonne de fluide sur son taux de rotation ?

9. On considère une colonne d'air située à la latitude 30N avec un tourbillon relatif nul et s'étendant de la surface à une tropopause située à 10 km d'altitude. Si la colonne d'air se déplace en conservant son tourbillon potentiel *Q* jusqu'à une barrière montagneuse haute de de 2.5 km à la latitude 45N, que vaut son tourbillon relatif lorsqu'elle atteint le sommet de la montagne ?

10. Rappeler la définition de l'équilibre géostrophique. En déduire les expressions des composantes zonale et méridienne du vent géostrophique dans le modèle en eau peu profonde.

11. On se place dans le cas d'invariance de l'écoulement suivant y. Reproduire le schéma ci-dessous puis, aux points A et B, indiquer par des flèches les forces en équilibre géostrophique et la direction du vent géostrophique.



Météo-France
73, avenue de Paris - 94165 Saint-Mandé CEDEX - France
www.meteofrance.fr @meteofrance

Partie II : MÉTÉOROLOGIE GÉNÉRALE

Pièce jointe : 1 émagramme
Les trois exercices sont indépendants

Données :
Constante spécifique de l'air sec : R_a = 287 J kg^{-1} K^{-1}
Constante spécifique de la vapeur d'eau : R_v = 461,5 J kg^{-1} K^{-1}
Capacité thermique à pression constante de l'air sec : C_{pa} = 1005 J kg^{-1} K^{-1}
Accélération de la pesanteur : g = 9,8 m s^{-2}
Constante de la Loi de Wien : 2898 x 10^{-6} m K
Constante de la loi de Stefan-Boltzmann : 5,67 x 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}

Exercice 1 : Rayonnement

1. Calculer la puissance émise par unité de surface, par la Terre et par le Soleil respectivement, en supposant que ce sont des corps noirs à températures respectives de 290 K et 6000 K.

2. Pour quelle longueur d'onde se fait le maximum d'émission pour la Terre ? Pour le Soleil ? Justifier.

3. Qu'est-ce qu'une fenêtre de transparence atmosphérique ? Cette fenêtre a-t-elle uneimportance pratique en météorologie ? Expliquer votre réponse.

4. Expliquer en quoi consiste l'effet de serre. Citer le gaz qui participe le plus à cet effet sur la Terre. Citer au moins 3 autres gaz participant à cet effet sur la Terre.

Exercice 2 : Thermodynamique atmosphérique

Les questions de cet exercice sont toutes indépendantes.

1. On suppose que la température entre la base et le sommet de la plus haute tour du monde de hauteur h = 828 m est constante et égale à T = 25°C. La pression à la base de cette tour est de 1000 hPa. Quelle est la différence de pression entre la base et le sommet de cette tour ?

2. Calculer l'altitude de la surface à laquelle la pression vaut un dixième de sa valeur au niveau de la mer, en supposant que la température vaut 17°C au niveau de la mer, et diminue de 6,5°C/km au-dessus.

3. Quels sont les différents processus par lesquels de l'air initialement non saturé peut être amené à saturation. Expliquer chacun de ces processus avec un exemple.

4. Expliquer ce que c'est que l'hypothèse pseudo-adiabatique et pourquoi on l'utilise en météorologie.

5. Expliquer la signification physique des paramètres suivants et, le cas échéant, indiquer la formulation mathématique permettant de les calculer.

a) la température potentielle θ.

b) la tension de vapeur e.

c) la tension de vapeur saturante par rapport à l'eau liquide e_w.

Exercice 3 : Panache chaud et humide

Un radiosondage, effectué près de la centrale nucléaire de Golfech, a permis de dresser le tableau suivant regroupant des mesures de pression P, de température T et de température de point de rosée T_d à partir du sol.

P (hPa)	1000	900	800	700	600	500	400	300	250	200
T (°C)	19	20	15	10	5	0	-5	-17	-23	-30
T_d (°C)	18	15	13	1,2	-1	-3,2	-5	-17	-25	-30

On désigne par θ'_w la température pseudo-adiabatique potentielle du thermomètre mouillé et T'_w la température pseudo-adiabatique du thermomètre mouillé.

1. a) Représenter sur l'émagramme la courbe d'état de ce radiosondage en rouge (courbe reliant les points de coordonnées P et T).

b) Représenter les températures du point de rosée avec des croix noires.

c) Représenter sur l'émagramme les points de condensation (par un rond pointé noir) et la courbe du thermomètre mouillé en bleu (courbe reliant les points de coordonnées P et T'_w).

d) Quelles sont les couches (ou les niveaux) susceptibles de générer une formation nuageuse. Préciser s'il y a lieu, la base et le sommet de ces nuages à l'aide d'un schéma sur l'émagramme, en donnant le ou les noms des différents nuages formés.

e) En quoi le profil de température de la couche comprise entre 1000 hPa et 900 hPa est-il particulier ?

f) Ce radiosondage a t'il été effectué en hiver ou en été ? Justifier

g) Ce radiosondage a t'il été effectué en fin de journée ou en fin de nuit ? Justifier

2. La tour de refroidissement de la centrale nucléaire de Golfech rejette de l'air chaud et humide au niveau 980 hPa. L'air rejeté au sommet de la tour a une température de 28,3°C et un rapport de mélange de 20 g/kg.

a) Déterminer la température du point de rosée de l'air rejeté au sommet de la tour.

b) Déterminer l'humidité relative de l'air rejeté au sommet de la tour.

c) Déterminer la température potentielle θ et la température potentielle pseudo-adiabatique du thermomètre mouillé θ'_w de l'air rejeté au sommet de la tour.

d) Un nuage se formera t-il au-dessus de la tour de refroidissement ?
Si oui, faire sa représentation graphique sur l'émagramme et déterminer le type, la base et le sommet de ce nuage ainsi que la quantité d'eau condensée au sommet du nuage et expliquer s'il y a la possibilité d'observer la formation une averse voire d'un orage au-dessus de la tour de refroidissement.

Partie III : COUCHE LIMITE

Exercice 1 : Cycle diurne de la couche limite atmosphérique

1) Définir et caractériser les différents compartiments principaux de la couche limite atmosphérique représentés sur la figure 1 : la couche mélangée, la couche de surface, la couche résiduelle, la couche limite stable et la zone d'entrainement.

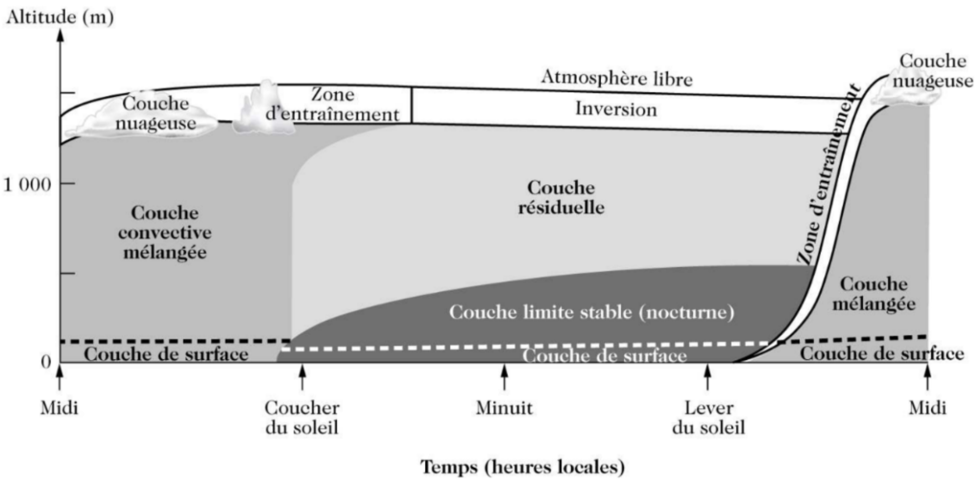


FIGURE 1 – Évolution diurne idéalisée de la structure verticale de la couche limite atmosphérique continentale sur terrain plat.

2) Déterminer les 4 paramètres météorologiques tracés sur la figure 2. Justifier. Définir les zones délimitées par les tiretés horizontaux.

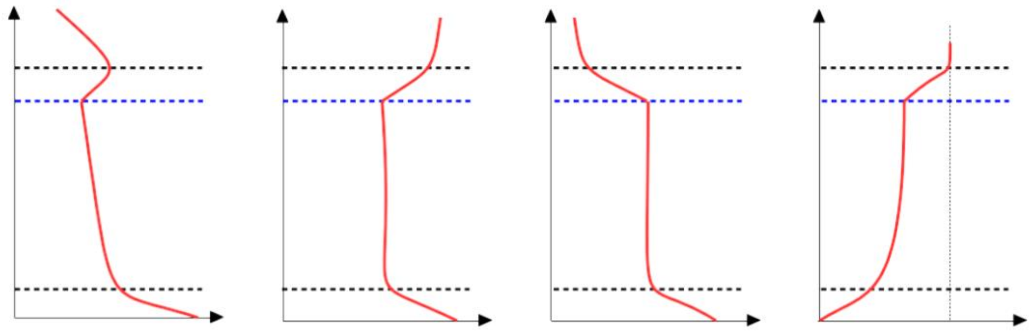


FIGURE 2 – Profils verticaux moyens de la couche limite atmosphérique continentale lors d'une journée ensoleillée.

3) Reproduire la figure 2 dans le cas d'une couche limite stable. Expliquer les différences de profils avec ceux de la couche limite instable.

Exercice 2 : Un schéma de turbulence adapté aux atmosphères convectives

L'objectif est ici d'améliorer la formulation des flux turbulents pour les couches convectives. La formulation classique en coefficient d'échange est mise en défaut dans ces couches limites, où un flux de chaleur *à contre-gradient* est observé dans la partie haute de la couche mélangée (flux et gradient moyen verticaux de mêmes signes). Ainsi, est souvent utilisé, pour mieux représenter les flux turbulents de chaleur, une formulation dite avec un *terme à contre-gradient* (noté γ) :

$$\overline{w'\theta'} = -K\left(\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} - \gamma\right)$$

On va ici relier γ à des termes de transport turbulent de quantités turbulentes moyennes.

On part du système de Reynolds pour les moments d'ordre 2 pour les flux et variance de température potentielle (sans vapeur d'eau), stationnarisé et sous l'hypothèse d'homogénéité horizontale. On suppose connue l'énergie cinétique turbulente e. Le système initial utilisé est donc :

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{\partial\overline{w'\theta'}}{\partial t} = -\dfrac{\partial\overline{w'^2\theta'}}{\partial z} - \overline{w'^2}\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} + \beta\overline{\theta'^2} + \Pi_{w'\theta'} \\ 0 = \dfrac{\partial\overline{\theta'^2}}{\partial t} = -\dfrac{\partial\overline{w'\theta'^2}}{\partial z} - 2\overline{w'\theta'}\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} - \epsilon_\theta \end{cases} \tag{1}$$

avec les hypothèses de paramétrisation suivante :

$$\Pi_{w'\theta'} = -C\frac{\sqrt{e}}{L}\overline{w'\theta'} - \frac{1}{3}\beta\overline{\theta'^2}$$

$$\epsilon_\theta = 2C_{\epsilon\theta}\frac{\sqrt{e}}{L}\overline{\theta'^2}$$

où L est la longueur de mélange, β est le coefficient de flottabilité, et C et $C_{\epsilon\theta}$ sont des constantes.
On suppose de plus $\overline{w'^2} = \frac{2}{3}e$.

1) A partir de vos connaissances de l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente, par analogie, donner la signification physique des différents termes des deux équations d'évolution du système (1).
2) Quel est le rôle physique du premier terme intervenant dans l'estimation de $\Pi_{w'\theta'}$? Même question pour le second terme de $\Pi_{w'\theta'}$.
3) Quelle est la validité de l'hypothèse $\overline{w'^2} = \frac{2}{3}e$ pour une couche convective ?
4) Montrer que le flux turbulent de chaleur $\overline{w'\theta'}$ et la variance de la température $\overline{\theta'^2}$ s'écrivent, en utilisant les hypothèses précédentes :

$$\begin{cases} \overline{w'\theta'} = -\dfrac{2}{3C}L\sqrt{e}\dfrac{1}{1+R_\theta}\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z} - \dfrac{L}{C\sqrt{e}}\dfrac{1}{1+R_\theta}\dfrac{\partial\overline{w'^2\theta'}}{\partial z} - \dfrac{\beta L^2}{3CC_{\epsilon\theta}(1+R_\theta)e}\dfrac{\partial\overline{w'\theta'^2}}{\partial z} \\ \overline{\theta'^2} = \dfrac{2L^2}{3CC_{\epsilon\theta}}\dfrac{1}{1+R_\theta}\left(\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}\right)^2 + \dfrac{L^2}{CC_{\epsilon\theta}e(1+R_\theta)}\dfrac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}\dfrac{\partial\overline{w'^2\theta'}}{\partial z} - \dfrac{1}{1+R_\theta}\dfrac{L}{2C_{\epsilon\theta}\sqrt{e}}\dfrac{\partial\overline{w'\theta'^2}}{\partial z} \end{cases} \tag{2}$$

5) Que vaut R_θ ? Quel type d'effet représente-t-il ?
6) A partir du système d'équations (2), que vaut le coefficient d'échange K ?
7) A partir du système d'équations (2), que vaut le terme de contre-gradient γ ?
8) Discuter le rôle physique des termes intervenant dans ce terme de contre-gradient (on pourra s'aider de leur rôle dans les équations de Reynolds).