RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

METEO FRANCE
À VOS CÔTÉS, DANS UN CLIMAT QUI CHANGE

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT DE TECHNICIENS SUPÉRIEURS DE LA MÉTÉOROLOGIE DE PREMIÈRE CLASSE,

SPÉCIALITÉ « EXPLOITATION »

(CONCOURS INTERNE ET EXTERNE)

SESSION 2025

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE N° 2 :

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE-CHIMIE

Durée : 3 heures   Coefficient : 5

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'usage de la calculatrice en mode examen est autorisé.
L'utilisation de toute documentation est strictement interdite.

Cette épreuve se compose de deux parties :

- Partie A : Mathématiques (10 points) – pages 2 à 6
  réponses à indiquer sur la feuille en annexe

- Partie B : Physique-Chimie (10 points) – pages 7 à 13
  réponses à indiquer sur la feuille en annexe

Ce sujet comporte 13 pages (page de garde incluse).

PARTIE A : MATHÉMATIQUES

Les questions 1 à 10 sont sous forme de QCU (questionnaire à choix unique).
Pour chacune de ces questions, une seule réponse est exacte.
Aucune justification n'est attendue.
Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse entraîne une pénalité de 0,25 point, une absence de réponse entraîne 0 point à la question.

Les questions 11, 12 et 13 nécessitent une réponse rédigée.

Une feuille réponse est fournie avec la copie sur laquelle toutes les réponses aux 13 questions doivent être reportées.

Question 1 :

Soit une fonction *f* dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-7		-3		-1		2		3
f	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	4

Quelle est la proposition correcte ?

a) Pour tout réel $x \in [-3\,;2]$, on a $f(x) > 5$.

b) Il existe un unique réel *x* tel que $-7 \leqslant x \leqslant 3$ et $f(x) = 1$

c) Pour tout réel *x* tel que $-1 \leqslant x \leqslant 3$, on a $f(x) < 4$.

d) Pour tout réel $x \in [-3\,;3]$, on a $f(x) \geqslant 1$.

e) aucune des propositions précédentes

Question 2 :

Dans une usine qui fabrique des pièces mécaniques de précision, les normes de qualité impliquent que chaque pièce est défectueuse avec une probabilité égale à 0,05. Dans la production, on prélève 20 pièces. Le nombre de pièces est suffisamment important pour assimiler ces tirages à des tirages identiques et indépendants. On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de pièces défectueuses.

Si nécessaire, on arrondira les résultats au centième. Alors on peut affirmer que :

a) La probabilité qu'au moins deux pièces soient défectueuses est de 0,38.

b) La probabilité qu'une pièce soit défectueuse est de 0,5.

c) La probabilité qu'au plus trois pièces soient défectueuses est de 0,87.

d) En moyenne, sur un très grand nombre de lots de 20 pièces, on compte 1,2 pièce défectueuse par lot.

e) aucune des propositions précédentes

Question 3 :

Dans un club de vacances de 1000 clients, on a constaté que :

- 41 % des vacanciers pratiquent le tennis
- 58 % des vacanciers pratiquent le golf et parmi eux 30 % pratiquent aussi le tennis.

On croise au hasard un vacancier du club. On note G l'événement « le vacancier pratique le golf » et T l'événement « le vacancier pratique le tennis ».

On rencontre un vacancier pratiquant le tennis. La probabilité qu'il pratique aussi le golf est de (arrondi au millième) :

a) 0,424

b) 0,707

c) 0,174

d) 0,300

e) aucune des propositions précédentes

Question 4 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus$ {-2} par $f(x) = \frac{-4x+1}{x+2}$. Alors :

a) $f(f(x)) = \frac{17x-2}{-2x+5}$

b) $f(f(x)) = \frac{16x-3}{-4x+3}$

c) $\lim_{x \to +\infty} f(f(x))$ = -4

d) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ = -∞

e) aucune des propositions précédentes

Question 5 :

Quelle égalité est vraie ?

a) $\lim_{x \to -1; x>-1} \left(\frac{x^2+x-2}{x^2+3x+2}-6\right)$ = -5

b) $\lim_{x \to 1; x<1} \left(-5+\frac{x^2+3x+2}{x^2+x-2}\right)$ = -∞

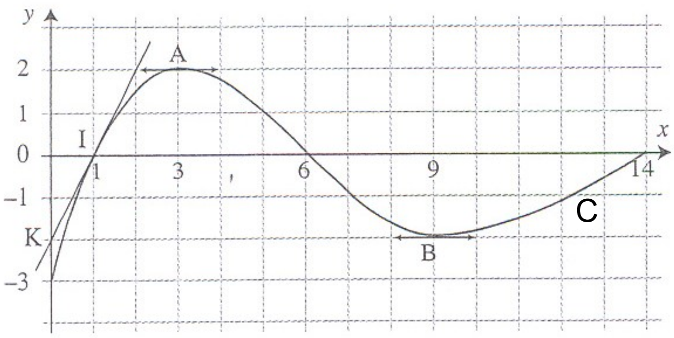
c) $\lim_{x \to 2; x>2} \left(\frac{-2x+2}{x^2-x-2}-3\right)$ = +∞

d) $\lim_{x \to -2; x<-2} \left(4+\frac{3x+2}{x^2+4x+4}\right)$ = -1

e) aucune des propositions précédentes

Question 6 :

La figure ci-contre donne la représentation graphique C dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 14].



On a tracé la tangente (IK) au point de coordonnées (1 ; 0). Les tangentes aux points A et B de coordonnées respectives (3 ; 2) et (9 ; -2) sont parallèles à l'axe des abscisses.

Alors, on peut affirmer que sur [0 ; 14] :

a) les solutions de l'inéquation $f'(x) \leq 0$ sont : [3 ; 9]

b) les solutions de l'inéquation $f'(x) > 0$ sont :]1; 6[

c) les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont : {1 ; 6 ; 14}

d) les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sont : [0; 3]

e) aucune des propositions précédentes

Question 7 :

Dans quel cas la fonction f' est la fonction dérivée de la fonction f sur son intervalle de dérivabilité ?

a) $f(x) = \frac{3x^2-5}{2x+3}$ et $f'(x) = \frac{6x^2+18x-10}{2x+3}$

b) $f(x)=\cos^5 x$ et $f'(x)=5\cos^4 x \sin x$

c) $f(x)=(2-3x^2)\sqrt{x}$ et $f'(x)=\frac{-6x}{2\sqrt{x}}$

d) $f(x)=\frac{1-\sin x}{3+\cos x}$ et $f'(x)=\frac{-3\cos x+\sin x-1}{(3+\cos x)^2}$

e) aucune des propositions précédentes

Question 8 :

Soit f la fonction carré, de courbe représentative Cf dans un repère orthogonal d'unité 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée. L'aire du domaine compris entre Cf , l'axe des abscisses et les droites d'équation x = −1 et x = 2 est égale à :

a) 2 u.a.

b) 9 u.a.

c) 3 cm²

d) 6 cm²

e) aucune des propositions précédentes

Question 9 :

Parmi les suites (u_n) $n \in \mathbb{N}$ suivantes, laquelle est convergente ?

a) $u_n = \frac{3n^2-1}{2n+5}$

b) $u_n = 3\times\left(\frac{-7}{8}\right)^n$

c) $u_n = \frac{n}{1+\sin^2 n}$

d) $u_n = (1{,}01)^n$

e) aucune des propositions précédentes

Question 10 :

On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

Quelle affirmation est vraie ?

a) Une équation cartésienne du plan P passant par le point A(−1 ; 0 ; 2) et de vecteur normal $\vec{n}$ (−2 ; 2 ; 1) est : 2x + 2y + z + 4 = 0.

b) Soient A(−3 ; 0 ; 2), B($\frac{1}{2}$; 1 ; 0) et C(0 ; $\frac{1}{2}$; 2) trois points de l'espace.

Une équation cartésienne du plan passant par le point A et de vecteur normal $\overrightarrow{BC}$ est $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y + 2z - \frac{5}{2} = 0$.

c) Soient les points A(2 ; 1 ; 0) et B(4 ; 3 ; -2). Alors une représentation paramétrique de la droite (AB) est : $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+2t \\ z=-2t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

d) Soient A(0; 8 ; 0) et B(2 ; −2 ; 2) deux points de l'espace et la droite (d) de représentation paramétrique : $\begin{cases} x=4+t \\ y=4-4t \\ z=4+t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Alors (d) est parallèle à la droite (AB).

e) aucune des propositions précédentes

Question 11 :

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle]-1 ; +∞[par $f(x)=\frac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$.

A l'aide de sa fonction dérivée, montrer que l'équation $f(x)=-2$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle [-0,9 ; 100] sans les calculer.

Question 12 :

Démontrer par récurrence la propriété suivante :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{pour } n \geq 1.$$

Question 13 :

On se place dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

Soient les points A(1 ; −1 ; 6) , B(9 ; −1 ; −1) , C(4 ; 3 ; −3) et D(6 ; 1 ; −1).

Les droites (AB) et (CD) sont-elles orthogonales ? Justifier votre réponse.

Météo-France
73, avenue de Paris - 94165 Saint-Mandé CEDEX - France
www.meteofrance.fr @meteofrance

PARTIE B : PHYSIQUE-CHIMIE

L'épreuve est composée de 9 exercices et de 12 questions, un exercice pouvant contenir plusieurs questions.

Pour chaque question, plusieurs réponses sont possibles. Aucune justification n'est attendue. Une mauvaise réponse sera pénalisée. La note minimale attribuée à une question est zéro.

Les réponses aux questions sont apportées sur la feuille réponses fournie avec la copie.

Exercice 1 : Préparation de l'acide butanoïque à partir du beurre (Questions 14,15,16)

L'acide butanoïque peut être préparé à partir de la butyrine que l'on trouve dans le beurre.

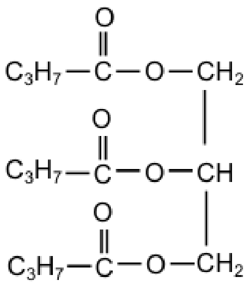
Étape 1 : la butyrine réagit à chaud avec une solution aqueuse concentrée d'hydroxyde de sodium $(Na^+ + HO^-)_{aq}$.

Après refroidissement et autres traitements, on obtient du savon.

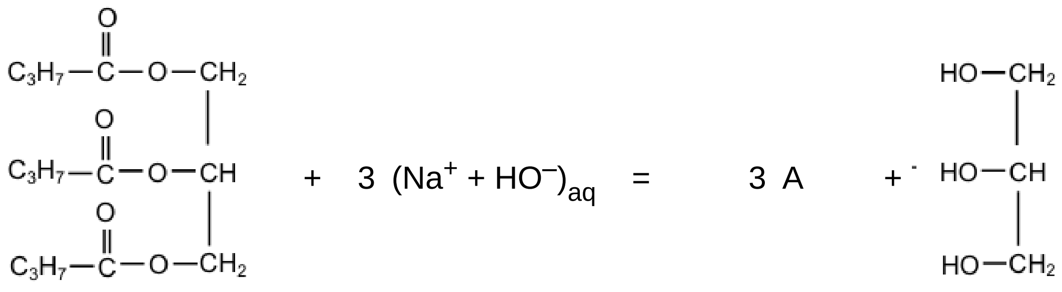
Étape 2 : on dissout le savon obtenu précédemment dans de l'eau chaude et on le fait réagir avec une solution d'acide chlorhydrique $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$. On obtient de l'acide butanoïque.

Données :

→ la butyrine est un corps gras de formule semi-développée :



→ l'équation de la réaction chimique entre la butyrine et la solution d'hydroxyde de sodium (étape 1) est :



Question 14 : (0,5 point)

La butyrine est :

a) un **triester** et la réaction chimique se produisant à l'étape 1 est une **hydrolyse**

b) un **triester** et la réaction chimique se produisant à l'étape 1 est une **estérification**

c) un **triacide** et la réaction chimique se produisant à l'étape 1 est une **saponification**

d) un **triacide** et la réaction chimique se produisant à l'étape 1 est une **estérification**

e) un **triester** et la réaction chimique se produisant à l'étape 1 est une **saponification**

f) un **triacide** et la réaction chimique se produisant à l'étape 1 est une **hydrolyse**

Question 15 : (0,5 point)

La formule du composé A produit à l'étape 1 ci-dessus est :

a) (Na^+ + C_3H_7-COO^-). Il s'agit du butanoate de sodium, composé au seul caractère hydrophile

b) (Na^+ + C_3H_7-COO^-). Il s'agit du butanoate de sodium, composé au seul caractère hydrophobe

c) (Na^+ + C_3H_7-COO^-). Il s'agit du butanoate de sodium contenant un groupe hydrophile et une chaîne carbonée hydrophobe.

d) (C_3H_7-$COOCH_3$). Il s'agit du butanoate de méthyle.

Question 16 : (1 point)

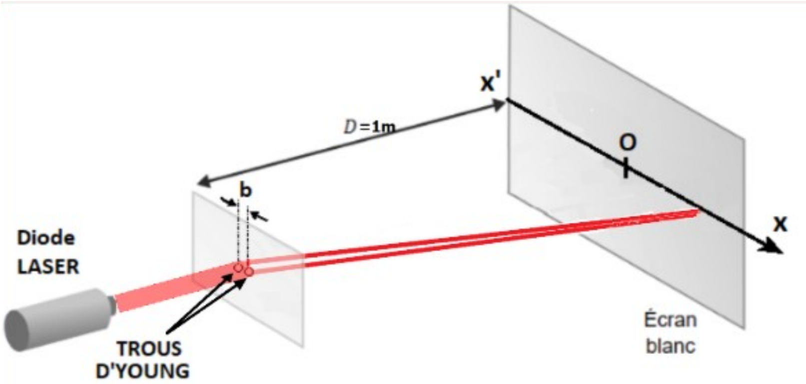
Après avoir synthétisé l'acide butanoïque à l'étape 2, on souhaite étudier ses propriétés acido-basiques. On prépare une solution aqueuse d'acide butanoïque de concentration C = 0,1 mol.L^{-1}. Sachant que le pKa du couple acide butanoïque C_3H_7-COOH/ion butanoate C_3H_7-COO est de 4,8, quelle est la valeur du pH de cette solution ?

a) pH = 1,0
b) pH = 2,9
c) pH = 2,4
d) pH = 4,8

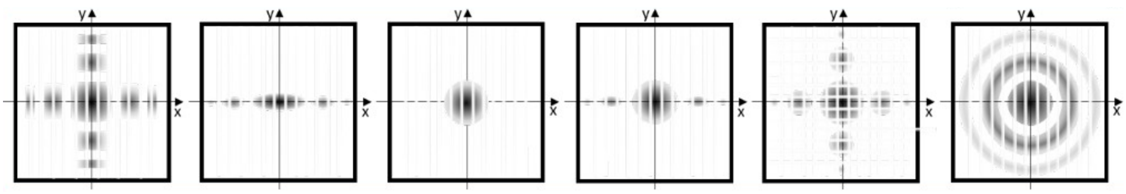
Exercice 2 : Interférences (Questions 17,18)

Question 17 : (0,5 point)

On réalise une expérience d'interférences lumineuses à l'aide du dispositif des trous d'Young : deux trous circulaires de diamètre a sont percés dans un écran opaque et sont séparés par une distance b. On éclaire ces trous avec une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ.



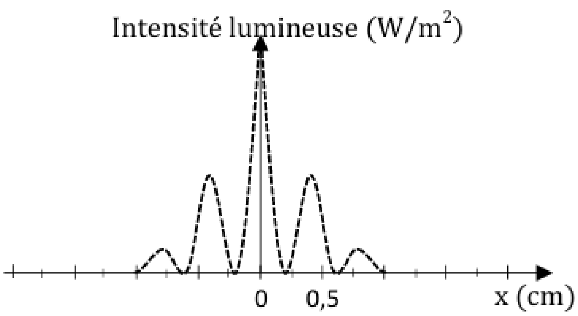
Quelle figure d'interférences représentée ci-dessous observe-t-on sur un écran placé à une distance D des trous?



a) figure A
b) figure B
c) figure C
d) figure D
e) figure E
f) figure F

Question 18 : (0,5 point)

Sur le graphique ci-dessous, représentant l'intensité lumineuse en fonction de la position x sur l'écran, quelle est la valeur de l'interfrange « i »?



a) 40 mm
b) 0,040 cm
c) 40 µm
d) 0,40 cm
e) 4 µm

Exercice 3 :

Question 19 : (1 point)

Un astronome amateur utilise un télescope équipé d'un filtre pour observer une nébuleuse lointaine. Le filtre laisse passer une lumière de fréquence $4,84 \times 10^{11}$ kHz. La longueur d'onde correspondante de cette lumière vaut :

a) 620 nm
b) 0,0620 µm
c) 62,0 µm
d) 0,620 mm
e) $6,20 \times 10^{-4}$ cm
f) $6,20 \times 10^{-7}$ m

Exercice 4 :

Question 20 : (1 point)

Un skieur de masse m = 70 kg descend une piste inclinée d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. On néglige les frottements de l'air. Le skieur part du repos et on s'intéresse à son mouvement pendant les premières secondes de sa descente.

Données :
• Intensité de la pesanteur : $g = 9,8\ m.s^{-2}$

La valeur de l'accélération du skieur est :

a) $3,4\ m.s^{-2}$ et la réaction normale du sol sur le skieur a pour expression : $R = m \times g \times \cos\alpha$
b) $4,9\ m.s^{-2}$ et la réaction normale du sol sur le skieur a pour expression : $R = m \times g \times \cos\alpha$
c) $3,4\ m.s^{-2}$ et la réaction normale du sol sur le skieur a pour expression : $R = m \times g \times \sin\alpha$
d) $4,9\ m.s^{-2}$ et la réaction normale du sol sur le skieur a pour expression : $R = m \times g \times \sin\alpha$
e) $6,8\ m.s^{-2}$ et la réaction normale du sol sur le skieur a pour expression : $R = m \times g \times \cos\alpha$
f) $6,8\ m.s^{-2}$ et la réaction normale du sol sur le skieur a pour expression : $R = m \times g \times \sin\alpha$

Exercice 5 :

Question 21 : (1 point)

La planète Mars, connue sous le nom de planète rouge, est la quatrième planète la plus proche du Soleil. Elle présente un diamètre de 6800 km environ et effectue une révolution autour du Soleil en 687 jours, soit 2 ans environ. La planète Mars tourne sur elle-même en 24h37min et sa masse est trois millions de fois plus faible que celle du Soleil.

Données :

Masse de la Terre : 6×10^{24} kg

Distance Terre-Soleil : $1,5 \times 10^{11}$ m = 1 unité astronomique

Période de révolution de la Terre : 1 an ≈ 3×10^{7} s

Si l'on considère la trajectoire de Mars dans le référentiel héliocentrique comme circulaire, la troisième loi de Kepler permet de déterminer le rayon de son orbite qui vaut environ :

a) $3,8 \times 10^{8}\ m$
b) $7,4 \times 10^{9}\ m$
c) $4,2 \times 10^{10}\ m$
d) $2,4 \times 10^{11}\ m$
e) $4,8 \times 10^{12}\ m$

Exercice 6 :

Question 22 : (1 point)

On considère un photon de longueur d'onde λ = 280 nm se déplaçant dans le vide.

Données :

constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J.s

célérité de la lumière : $c = 3,00 \times 10^{8}$ m.s^{-1}

1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J

L'énergie E de ce photon vaut :

a) 3,33 eV
b) $7,10 \times 10^{-19}$ J
c) $7,10 \times 10^{-18}$ eV
d) $7,10 \times 10^{-19}$ eV
e) 4,44 eV

Exercice 7 :

Question 23 : (1 point)

On souhaite faire bouillir de l'eau.

Données :

capacité thermique massique de l'eau : c_{eau} = 4,185 $kJ.K^{-1}. kg^{-1}$

masse volumique de l'eau : ρ_{eau} = 1,000 $kg.L^{-1}$

L'énergie à apporter à 2 litres d'eau initialement à 15°C pour amener cette quantité à 100°C vaut :

a) 711 J

b) 7110 J

c) $8{,}37 \times 10^5$ J

d) 7,11 J

e) $7{,}11.10^5$ J

Exercice 8 :

Question 24 : (1 point)

Une masse de 8,24 g de gaz occupe un volume de 2,5 L à 20,0°C et sous une pression de 750,2 mm de Hg.

Données :

R = 0,082 $L.atm.mol^{-1}.K^{-1}$

1 atm = 760 mm de Hg

T(K) = T(°C) + 273,15

La masse molaire de ce gaz vaut :

a) 78 $g.mol^{-1}$

b) 70 $g.mol^{-1}$

c) 80 $g.mol^{-1}$

d) 90 $g.mol^{-1}$

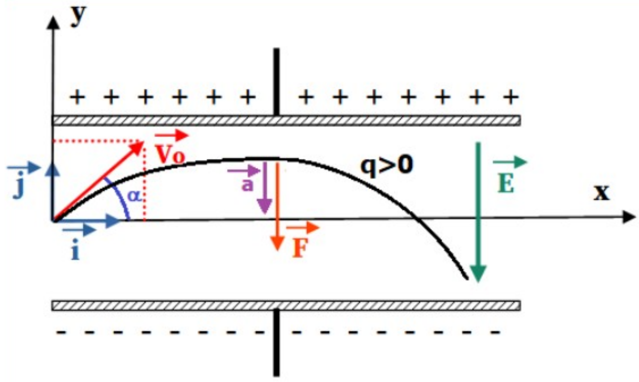
e) 60 $g.mol^{-1}$

Exercice 9 :

Question 25 : (1 point)

Une particule, de masse m et de charge q> 0, est lancée à la date $t_0 = 0$ avec une vitesse initiale $\vec{v}0$ dans un champ électrique uniforme : $\vec{E} = - E\ \vec{j}$. Le mouvement est étudié dans le repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

O coïncide avec sa position initiale, à $t_0 = 0$. $\vec{v}0$ est dans le plan vertical (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) et incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.



Dans ces conditions, les équations horaires du mouvement de la particule sont :

a) $x(t) = (v_0 . \cos \alpha)\ t$; $y(t) = \frac{-q\vec{E}}{2m}\ t^2 + (v_0 . \sin \alpha)\ t + h$ et $z(t) = 0$

b) $x(t) = (v_0 . \sin \alpha)\ t$; $y(t) = \frac{-q\vec{E}}{2m}\ t^2 + (v_0 . \cos \alpha)\ t + h$ et $z(t) = 0$

c) $x(t) = (v_0 . \cos \alpha)\ t$; $y(t) = \frac{-q\vec{E}}{2m}\ t^2 + (v_0 . \cos \alpha)\ t + h$ et $z(t) = 0$

d) $x(t) = (v_0 . \sin \alpha)\ t$; $y(t) = \frac{-q\vec{E}}{2m}\ t^2 + (v_0 . \sin \alpha)\ t + h$ et $z(t) = 0$