RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

METEO FRANCE

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT

D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE

SESSION 2023

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

La rigueur du raisonnement et la clarté de la présentation seront prises en compte dans la notation.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Dans l'énoncé, exprimer signifie donner l'expression littérale, calculer signifie donner la valeur numérique.

Les vecteurs sont notés en caractères gras. Ainsi, **E**(M) désigne le vecteur champ électrique au point M.

La calculatrice scientifique est autorisée.

Barème indicatif :

- Exercice 1: 20 %
- Exercice 1: 25 %
- Problème : 55 %

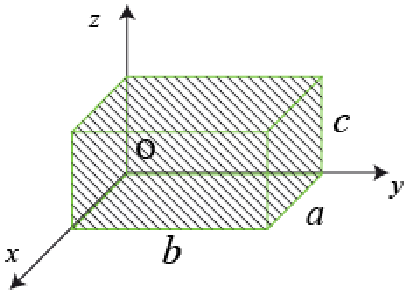
Cette épreuve comporte 9 pages (page de garde incluse).

Premier exercice

1. Rappeler, pour un dipôle résistif, la loi d'Ohm reliant tension continue U et courant continu I. On pourra s'appuyer sur un schéma pour définir ces grandeurs.

2. Rappeler, au sein d'un matériau conducteur et en régime continu, la loi d'Ohm locale reliant le champ électrique **E** et la densité volumique de courant **j**.

On considère un matériau conducteur de la forme d'un parallélépipède rectangle de côtés a, b et c selon les trois axes ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$) *(cf. schéma). On note σ la conductivité de ce matériau. On suppose l'existence d'un champ électrique* $\mathbf{E} = E_0\, \mathbf{e}_y$ indépendant du temps.



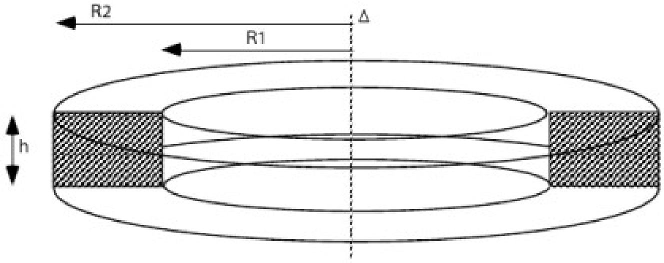
Les deux faces d'équations y=0 *et* y=b *sont les électrodes d'accès au dipôle. On peut donc ainsi mesurer la tension* $U=V_b-V_0$ *et on considérera le courant* I *qui traverse ce dipôle.*

3. Utiliser la loi d'Ohm locale pour déterminer l'expression de la densité de courant **j**.
En déduire l'expression du courant I traversant le dipôle.

4. Quel lien a-t-on à l'échelle locale entre le champ électrique **E** et le potentiel V ?
En déduire en intégrant l'expression du potentiel V en tout point du conducteur.
En déduire l'expression de la tension U en fonction notamment de E_0.

5. En déduire la résistance de ce dipôle parallélépipédique.

On considère à présent un anneau cylindrique de conductivité σ, de rayon interne R_1, de rayon externe R_2 et de hauteur h. La face interne $r=R_1$ constitue une électrode métallisée portée au potentiel V_1 ; la face externe, de même, est portée au potentiel V_2. Ainsi est constitué un dipôle résistif, soumis à la tension $U = V_2-V_1$. On note $(O,\mathbf{e}_z)$ son axe de révolution.



On donne, en coordonnées cylindriques $\mathbf{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial r}\mathbf{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\mathbf{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{e}_z$

6. Déterminer la résistance de ce dipôle. Commenter : ce résultat est-il similaire au résultat de la question 5. ?

Pour ces deux dispositifs, on remplace le matériau conducteur par un isolant, les électrodes restant les mêmes que précédemment.

7. Que deviennent ces dipôles ? Sont-ils toujours assimilables à des résistances ? À quel type de dipôles peuvent-ils être assimilés ?

8. Si l'on appelle q la charge d'une électrode, -q la charge de l'autre électrode, pouvez-vous déterminer la grandeur caractéristique de ce dipôle, dans chacun des cas ?

9. Dans le cas du dipôle parallélépipédique, on a considéré, lorsqu'il y a un matériau conducteur, que la direction du champ électrique était la même dans tout le parallélépipède (celle de $\mathbf{e}_y$). Est-ce légitime dans le cas où l'on a remplacé le matériau conducteur par le matériau isolant entre les deux électrodes ?

10. On se place à présent en régime variable. À quelle condition les raisonnements précédents sont-ils encore valables ? Dans quel cas cela ne sera plus le cas ?

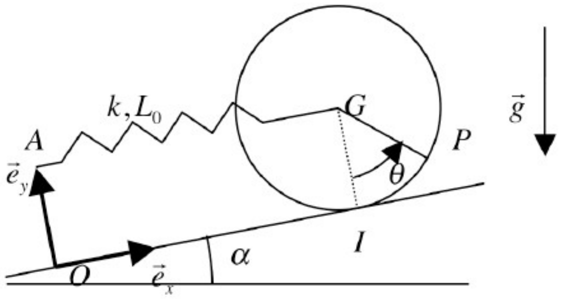
Deuxième exercice

On considère un objet ponctuel M suspendu à un point O par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k et de longueur à vide $L_0>0$.

11. Donner l'expression de la force exercée par le ressort sur une de ses extrémités. On pourra s'appuyer sur un schéma.

12. Comment appelle-t-on les forces auxquelles on peut associer une énergie potentielle ? Est-ce le cas pour la force exercée par le ressort sur une de ses extrémités ? Si oui, retrouver l'expression de cette énergie potentielle.

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on étudie le mouvement d'une roue de vélo, cercle de barycentre G, de rayon a, de masse m et de moment d'inertie $J = ma^2$ autour de l'axe (G, $\mathbf{e}_z$).



La roue admet un mouvement de roulement sans glissement sur la droite inclinée (O, $\mathbf{e}_x$). On repère le mouvement de la roue dans la base orthonormée directe (O, $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$) et on note α l'angle d'inclinaison de la droite inclinée par rapport à l'horizontale.

La roue est en outre soumise à force de rappel d'un ressort de longueur à vide L_0 et de raideur k, une extrémité étant fixée en A fixe, telle que $\mathbf{OA} = a\, \mathbf{e}_y$; l'autre extrémité est positionnée en G (cf. schéma).

On repère I le point de contact de la roue sur le plan incliné par l'abscisse $x = \mathbf{OI} \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{AG} \cdot \mathbf{e}_x$

Initialement, la roue est en $x\,(t = 0) = L_0$ et sa vitesse est $\dot{x}\,(t = 0) = V_0 > 0$.

On notera $\mathbf{R} = T\, \mathbf{e}_x + N\, \mathbf{e}_y$ l'action du plan incliné sur la roue, qui s'exerce au point de contact I.
Le coefficient de frottement solide de la roue sur le plan est f (pour le frottement solide, $|T| < f\,N$).

On repère un point P de la surface de la roue (un chewing-gum qui se serait collé sur cette roue), au moyen de l'angle orienté $\theta = (\mathbf{GI}, \mathbf{GP})$. À t=0 cet angle vaut $\theta_0=0$.

13. Sur un schéma représenter les actions s'exerçant sur la roue. Qualitativement, décrire le mouvement de cette roue dans le référentiel terrestre.

14. Écrire la condition de roulement sans glissement de la roue sur le plan incliné. En déduire la relation entre $\dot{x}$, a et $\dot{\theta}$, puis entre x , a , θ et L_0.

15. Écrire le théorème de l'énergie mécanique sous forme de puissance à la roue dans le référentiel terrestre galiléen et en déduire l'équation du mouvement (vous trouverez une équation reliant m , g , α , a , k , θ et ses dérivées, et L_0).

16. Résoudre cette équation compte tenu des conditions initiales. Représenter graphiquement $\theta(t)$.

Pour la suite, on suppose $V_0 = 0$.

17. Écrire le théorème du centre de masse à la roue. En déduire l'expression de N et de T en fonction de m , g , α , k , L_0 , $\dot{x}$ et $\ddot{x}$, puis en fonction du temps.

18. Quelle valeur minimale doit-on donner au coefficient f pour qu'il y ait effectivement roulement sans glissement ?

Problème : Chauffage d'une maison

Ce problème propose une étude du chauffage d'une maison dans des conditions hivernales. Tout d'abord, on cherchera à calculer les pertes thermiques à travers les parois, puis on évaluera la puissance électrique nécessaire au chauffage de cette maison. Enfin, on s'intéressera à un dispositif de chauffage par pompe à chaleur. Ces trois parties sont largement indépendantes.

Afin de simplifier l'étude, le seul mode de transfert thermique pris en compte est la diffusion. Dans tout le problème, la température extérieure, T_{EXT}, est uniforme et constante. La température intérieure de la maison, $T_{INT}(t)$ est uniforme. La maison comporte une seule pièce qui est modélisée par un parallélépipède rectangle surmonté d'un toit.

Les éléments considérés dans la maison sont :
• Les murs, la porte et le toit dont la résistance thermique totale entre l'intérieur et l'extérieur est notée R_M ;
• Une seule fenêtre de surface Σ, dont les propriétés thermiques sont étudiées dans la première partie.
Les pertes thermiques à travers le sol de la maison sont négligeables.

Données :

Température extérieure	$T_E = -10\ °C$
Résistance thermique (murs, porte, toit)	$R_M = 1{,}0.10^{-2}\ K\ .\ W^{-1}$
Surface de la fenêtre	$\Sigma = 2{,}0\ m^2$
Conductivité thermique du verre	$\lambda_V = 1{,}0\ W\ .\ m^{-1}.\ K^{-1}$
Conductivité thermique de l'air	$\lambda_{AIR} = 2{,}0.10^{-2}\ W\ .\ m^{-1}.\ K^{-1}$
Épaisseur des plaques de verre	$e = 5{,}0\ mm$

19. D'après la description ci-dessus, « *le seul mode de transfert thermique pris en compte est la diffusion* ». Quel(s) autre(s) mode(s) de transfert thermique connaissez-vous ?

Calcul des pertes thermiques à travers les parois

Dans cette partie, la température à l'intérieur de la maison est supposée constante et égale à T_I*=20°C. Les seules pertes thermiques considérées sont celles liées à la diffusion thermique à travers les murs, le toit, la porte d'une part, et la fenêtre d'autre part. Cette étude est réalisée en régime permanent.*

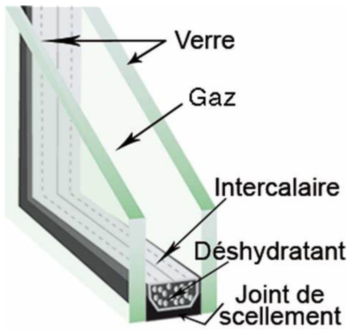
20. Pouvez-vous définir une analogie entre diffusion thermique en régime permanent et électrocinétique en régime permanent. En particulier, préciser quels sont les analogues de la température et de la puissance thermique.

21. On considère deux résistances électriques en série R_1 et R_2. Donner l'expression de la résistance électrique équivalente $R_{série}$.
On considère deux résistances électriques en parallèle R_3 et R_4. Donner la résistance électrique équivalente $R_{parallèle}$.

22. La résistance thermique R_M est définie par $R_M = \frac{T_E - T_I}{P_M}$ où P_M est la puissance thermique à travers les murs, porte et toit, de l'intérieur de la maison vers l'extérieur.
Calculer P_M . Commenter.

23. On considère une fenêtre simple vitrage, constituée d'une vitre en verre de la forme d'un parallélépipède rectangle, d'épaisseur e et de surface Σ. À l'aide d'un raisonnement sur les dimensions, montrer que la résistance thermique de la vitre R_V peut s'exprimer facilement en fonction de l'épaisseur e, de la surface Σ et de la conductivité thermique λ_V . Calculer la valeur de R_V puis de P_V puissance thermique de la fenêtre constituée de cette simple vitre. Commenter.

24. La fenêtre est en réalité en double vitrage, constituée de deux vitres de verre séparées d'une couche d'air immobile d'épaisseur e'=4e . Déterminer l'expression de la résistance thermique R_F de cette fenêtre double vitrage. Application numérique : calculer R_F et la puissance thermique P_F à travers cette fenêtre double vitrage. Commenter.



Fenêtre double vitrage www.miroitier.fr

25. Au final, déterminer la puissance thermique des pertes thermiques totales de la maison, qui comporterait murs, toit, porte et une unique fenêtre double vitrage. Commenter.

26. Pourquoi utilise-t-on des vitres à faible émissivité ? Quel phénomène cela permet-il de limiter ? Par ailleurs, quel est l'intérêt de bien fermer les volets la nuit ? Ou de les laisser ouverts en journée ?

Chauffage électrique

À présent, la température à l'intérieur de la maison est une fonction du temps T_I (t) supposée uniforme à l'intérieur de la maison, dont on note C l'inertie thermique (aussi appelée capacité thermique totale). On notera U_M l'énergie interne de la maison. On ne tiendra compte dans cette partie que des pertes thermiques à travers les murs, le toit et la porte, dont on a noté R_M la résistance thermique. On suppose que les relations entre R_M et P_M restent valables même en régime non permanent. Un chauffage électrique apporte à la maison une puissance P(t). La température extérieure est supposée constante et égale à T_E.

27. À l'aide d'une relation de la thermodynamique, montrer que la température intérieure T_I (t) est solution d'une équation différentielle faisant intervenir C, P(t), R_M et T_E.

28. À l'instant initial (t=0), la température intérieure vaut T_E et l'on met en route le chauffage électrique à la puissance constante P_0 . Résoudre l'équation différentielle, c'est-à-dire donner l'expression de la solution T_I (t).

29. Représenter sur un graphique la courbe d'évolution de la solution T_I (t).

30. On donne P_0 = 5,0 kW et C = 10.10^6 $J.K^{-1}$. Est-ce suffisant pour atteindre la température T_I (t) = +20°C ? Si oui, en combien de temps cette température sera atteinte ? Et avec un chauffage cinq fois plus puissant ?

31. Le coût de l'énergie électrique est de l'ordre de 20 centimes d'euro pour 1 kWh. Quel est le coût par jour du chauffage pour une telle maison, en régime permanent, c'est-à-dire une fois que la température est stabilisée à T_I (t) = +20°C ?

32. Pour diminuer la facture, les habitants de cette maison envisagent d'effectuer une isolation par l'extérieur, qui consiste à placer une épaisseur de matériau isolant (par exemple : laine de bois, ou polystyrène d'épaisseur e'=10 cm sur la surface des murs Σ'=100 m² . On donne pour ce matériau isolant $\lambda = 0{,}03\ W.m^{-1}.K^{-1}$.
Quel est le nouveau montant de la facture quotidienne ?

Utilisation d'une pompe à chaleur

Soit une pompe à chaleur dans laquelle le fluide réfrigérant, assimilé à un gaz parfait, décrit un cycle constitué par les transformations suivantes (cycle de Joule inversé) :
- Le gaz pris depuis l'état A de température T_A et de pression P_A est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'au point B où il atteint la pression P_B ;
- Le gaz se refroidit ensuite à pression constante et atteint la température T_C de la source chaude correspondant à l'état C ;
- Le gaz est alors refroidi lors d'une détente adiabatique réversible pour atteindre l'état D de pression $P_D = P_A$;
- Le gaz se réchauffe enfin à pression constante $P_D = P_A$ au contact de la source froide de température pour retrouver son état initial A.

On note le rapport des capacités thermiques isobare et isochore $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma}$ et $a = \frac{P_B}{P_A}$

et on rappelle que $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$ et $C_P = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1}$.

Données numériques :
T_A=263 K ; T_C=293 K ; a=5,0 ; γ=1,4 et R=8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$ constante des gaz parfaits.

33.
On appelle diagramme de Clapeyron la représentation graphique pression en fonction du volume.
On rappelle que pour une transformation adiabatique réversible du gaz parfait, le produit PV^γ est constant.
Quelle est l'allure d'une transformation isobare dans le diagramme de Clapeyron ?
Quelle est l'allure d'une transformation adiabatique réversible du gaz parfait dans ce diagramme ?
Représenter l'allure du cycle parcouru par le fluide dans le diagramme de Clapeyron. On prendra notamment soin de repérer le sens de parcours et les quatre états A, B, C et D.

34. Expliciter les températures T_B et T_D en fonction de T_A, T_C, β et a. Calculer T_B et T_D.

35. Pour chacune des quatre transformations donner l'expression de l'énergie échangée sous forme de chaleur Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD} et Q_{DA} en fonction de n, R, T_A, T_B, T_C et T_D puis en fonction de n, R, T_A, T_C, β et a. On appliquera pour cela le premier principe de la thermodynamique à une quantité n d'air considéré comme un gaz parfait.

36. Définir l'efficacité η de la pompe à chaleur à partir des quantités d'énergie échangées au cours du cycle.

37. Montrer qu'elle s'écrit simplement en fonction de a et β. Calculer sa valeur.

38. La pompe à chaleur est utilisée pour chauffer la maison. Sachant qu'elle doit permettre un chauffage de puissance thermique P_0=20 kW, calculer la puissance mécanique du compresseur.

39. Quelle est la consommation électrique de ce compresseur si son rendement est de 90 % ?

40. Au final, quel est le coût quotidien nécessaire pour le chauffage de la maison, en régime permanent, avec les configurations proposées dans les questions 31. et 32. ?