

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE

SESSION 2020

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE
PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation. L'utilisation de toute documentation (dictionnaire, support papier, traducteur, téléphone portable, assistant électronique, etc) est strictement interdite.

Les matériels autorisés sont les suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique,
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».

*Dans l'énoncé, **exprimer** signifie donner l'expression littérale, **calculer** signifie donner la valeur numérique.*

*Les **vecteurs** sont notés en **caractères gras**. Ainsi, **E(M)** désigne le vecteur champ électrique au point M.*

*La calculatrice scientifique est **autorisée**.*

***Barème indicatif** : Exercice : 5 points, Problème : 15 points.*

***Cette épreuve comporte 10 pages** numérotées de 1 à 10 (page de garde incluse).*

Exercice : thermodynamique de la pause café

On considère dans cet exercice la confection et le refroidissement d'une tasse de thé lors de la pause café matinale.

Ce lundi matin, Monsieur Beautemps, météorologue, saisit la bouilloire électrique en aluminium (illustration 1), initialement vide ; sur l'étiquette de laquelle on lit puissance $P_e = 2,2 \text{ kW}$. Il la remplit d'un volume $V_0 = 1,50 \text{ L}$ d'eau froide, mesure la température de cette eau dans la bouilloire et la note : $T_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Il lance le chauffage : à sa montre il est 10h03min00s.

Tout à sa rêverie devant les sommets pyrénéens enneigés qui se dessinent au loin, Monsieur Beautemps guette à l'oreille l'arrivée de l'ébullition ; celle-ci intervient à 10h08min00s. En bon chercheur, Monsieur Beautemps se demande s'il est possible d'expliquer par la modélisation et le calcul cette durée de chauffage de l'eau...



Illustration 1: La bouilloire électrique et la tasse utilisées pour l'expérience

Données (tout n'est pas utile pour la résolution de l'exercice) :

- capacité thermique massique de l'eau $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- capacité thermique massique de l'aluminium $c_{\text{alu}} = 0,90 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- capacité thermique massique du thé $c_{\text{thé}} = 1,20 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- capacité thermique massique du grès $c_{\text{grès}} = 0,80 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- capacité thermique massique du sucre $c_{\text{sucré}} = 1,43 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- chaleur latente d'évaporation de l'eau $l_{\text{vap}} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- masse volumique de l'eau $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- masse de la bouilloire $m_{\text{bouilloire}} = 0,85 \text{ kg}$
- masse de la tasse $m_{\text{tasse}} = 0,30 \text{ kg}$
- masse du sachet de thé $m_{\text{thé}} = 3,0 \text{ g}$
- pression atmosphérique $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- température d'ébullition de l'eau $T_{\text{vap}} = 100^\circ\text{C}$ sous la pression p_0
- température de l'eau froide insérée dans la bouilloire $T_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- température de l'air extérieur $T_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- température initiale de la tasse ainsi que du sachet de thé sec $T_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- conversion Joule en Watt : $1 \text{ J} = 1 \text{ W} \times 1 \text{ s}$
- nombre de morceaux de taille « n°4 » dans une boîte d'un kilogramme de sucre $N = 168$

On s'intéresse dans un premier temps au chauffage de l'eau seule. Le système thermodynamique étudié est donc uniquement constitué de la masse d'eau, le corps de la bouilloire restant à température T_0 . On supposera en outre qu'on peut négliger les pertes thermiques à travers la paroi.

1. Réaliser un schéma du système thermodynamique en indiquant les grandeurs qui le décrivent.
2. Quelle relation a-t-on entre puissance thermique P_e reçue par le chauffage et l'augmentation de l'énergie interne du système thermodynamique ? En déduire, au cours du chauffage, l'équation différentielle vérifiée par la température de l'eau $T(t)$ en fonction du temps t .
3. Résoudre l'équation différentielle et obtenir l'expression littérale $T(t)$. Calculer : au bout de combien de temps s'attend-on à voir apparaître l'ébullition, sous les hypothèses proposées par l'énoncé ? Commenter cette valeur numérique.

Monsieur Beautemps verse à présent à l'instant t_1 un volume $V_1 = 250$ mL de cette eau chaude (à la température T_{vap}) dans son mug (initialement à la température T_0) puis y ajoute le sachet de thé. À l'instant t_2 correspondant à la fin de l'infusion, il mesure la température du thé, notée T_2 .

Pour déterminer la température T_2 on considère à présent le système thermodynamique constitué de l'eau chaude versée, de la tasse en grès et du sachet de thé. On considère ce système isolé : pas d'échange de matière ni d'énergie avec l'extérieur. On suppose en outre, qu'à l'instant t_2 fin de l'infusion, la température T_2 sera uniforme.

4. Réaliser un schéma du dispositif aux instants t_1 et t_2 . Écrire le premier principe de la thermodynamique entre les instants t_1 et t_2 . En déduire l'expression littérale puis la valeur numérique T_2 .

Monsieur Beautemps mesure la température de l'eau à l'instant t_2 ; il lit : $T_{2\text{mesuré}} = 76$ °C.

5. Proposer des arguments expliquant l'écart à la valeur T_2 calculée à la question précédente.

Pour ne pas se brûler en buvant, Monsieur Beautemps souffle sur son thé.

6. Comment expliquer que cette méthode soit particulièrement efficace ?

Enfant, Monsieur Beautemps pensait que sucrer le thé permettait de diminuer la température.

7. Proposer un calcul pour vérifier cette hypothèse, et calculer la baisse de température que provoque l'ajout d'un morceau de sucre n°4. Commenter.

Problème : Autour de la foudre



Illustration 2: Cumulonimbus. © Tony Le Bastard, www.pileus.fr

Les cumulonimbus sont des nuages pouvant donner lieu à des manifestations orageuses. Ces nuages ont une extension verticale de l'ordre de 10 km dans les régions tempérées, mais qui peut atteindre jusqu'à 15 km dans les régions tropicales. À la base de ces nuages, de forts courants ascendants transportent de l'air chaud et humide en altitude, qui en rencontrant de l'air plus froid, se condense, alimentant ainsi les nuages en humidité. Un cumulonimbus peut contenir jusqu'à plusieurs centaines de milliers de tonnes d'eau. À l'intérieur du nuage, les courants ascendants chargés en gouttelettes d'eau rencontrent des courants descendants chargés de cristaux de glace de plus ou moins grandes dimensions. Les gouttelettes d'eau et de glace se chargent par frottement, la base du nuage se chargeant ainsi négativement tandis que son sommet se charge positivement. Lorsque l'accumulation de charges devient importante, des phénomènes électriques tels que la foudre peuvent se produire.

L'objet de ce problème est de comprendre quelques aspects physiques des nuages d'orage. La première partie est dédiée aux ondes lumineuses et sonores produites par la foudre. La deuxième partie est une étude de documents et traite de la formation de la foudre. Enfin, la troisième partie s'attache à modéliser le système terre-atmosphère comme un condensateur.

Constantes physiques

$$\text{Permittivité diélectrique du vide } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$$

$$\text{Perméabilité magnétique du vide } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$$

On assimilera les propriétés électromagnétiques de l'air à celles du vide, on notera \mathbf{E} le champ électrique et \mathbf{B} le champ magnétique.

On donne :

- Capacité thermique volumique de l'air $c_p = 1,25 \cdot 10^3 \text{ J.m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$

Rappel d'analyse vectorielle : $\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = \text{grad}(\text{div } \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E}$

Première partie : L'éclair et le tonnerre

Dans cette partie, nous étudions la présence simultanée du tonnerre et de l'éclair, associés à la décharge électrique appelée foudre. En effet, la contraction puis la dilatation des masses d'air surchauffé sur le trajet de la foudre créent un phénomène sonore, le tonnerre, et un phénomène lumineux, l'éclair.

L'éclair

1. À quel type d'onde peut être associé l'éclair ? Donner l'intervalle des longueurs d'onde dans le vide du spectre visible.
2. Donner les équations de Maxwell vérifiées par les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} , en l'absence de charge et de courant, dans un milieu assimilable au vide.
3. Démontrer l'équation de propagation du champ \mathbf{E} . Donner par analogie l'équation de propagation du champ \mathbf{B} .
4. Exprimer la célérité de ce type d'onde en fonction des constantes physiques. Donner sa valeur.

Le tonnerre

5. À quel type d'onde peut-on associer le tonnerre ?
6. Qu'appelle-t-on onde plane progressive ?

On assimile localement le tonnerre à une onde plane progressive, on note $p(x,t)$ la surpression par rapport à la pression atmosphérique et v_{son} la célérité du son dans l'air.

7. Donner l'équation de propagation à une dimension vérifiée par $p(x,t)$.
8. Le tonnerre est-il une onde longitudinale ou une onde transversale ? Justifier.

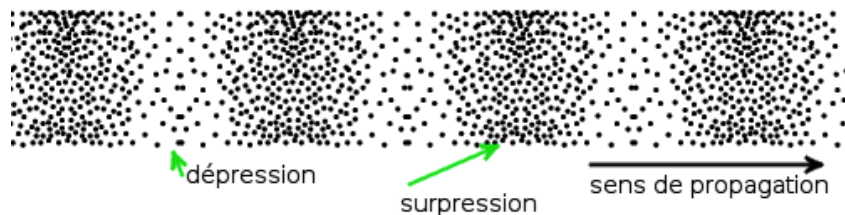


Illustration 3: répartition locale des particules au passage du tonnerre

Le domaine des fréquences audibles par l'homme s'étend de 20 Hz à 20 kHz et que la célérité du son dans l'air vaut $v_{son} = 340 \text{ m.s}^{-1}$ à la température de 20 °C.

9. Calculer les longueurs d'onde correspondant à ces fréquences.
10. Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant vos réponses.
 - affirmation 1 : Une onde se propage toujours dans un milieu matériel.
 - affirmation 2 : Une onde sonore peut se propager dans le vide.

Déterminer sa distance à l'orage

Lors d'un orage, la foudre tombe à 3,4 km d'un promeneur. L'éclair et le tonnerre sont émis simultanément au moment où la foudre tombe.

11. Au bout de combien de temps le promeneur verra-t-il l'éclair ? Au bout de combien de temps entendra-t-il le tonnerre ?
12. Justifier la technique qui consiste à compter les secondes entre éclair et tonnerre et à les diviser par 3 pour obtenir la distance, en km, à laquelle la foudre est tombée.

Deuxième partie : Étude documentaire

(D'après Gabrielle Bonnet et Francine Audran : <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/ORorages.xml>)

Formation des nuages d'orage... Les nuages d'orage sont des cumulonimbus, gros nuages en forme de hautes tours ou d'enclume, dont la base se situe aux environs de 1 km d'altitude, et dont le sommet se situe aux environs de 10 km. Ils sont composés à la fois d'eau et de glace. Ils se forment souvent à la fin d'une journée d'été lorsque de l'air chaud et humide s'élève dans l'atmosphère. Cet air, au fur et à mesure qu'il s'élève, se refroidit et condense en donnant des gouttelettes d'eau, puis de la glace. Les nuages d'orage peuvent aussi résulter de la rencontre de deux masses d'air de températures et degrés hygrométriques différents.

En dehors des périodes d'orage... En dehors des périodes d'orage il existe un champ électrique à la surface de la Terre. Ce champ électrique E_{nat} est d'environ 100 à 150 $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ en moyenne. La Terre se comporte en effet comme un condensateur sphérique, avec un assez bon isolant, les parties basses de l'atmosphère (tropopause), placé entre deux conducteurs : le sol et l'ionosphère.

L'ionosphère est globalement neutre, tandis qu'à l'état naturel, la Terre est porteuse d'une charge négative : cette charge est à l'origine du champ électrique existant en permanence à la surface de la Terre.

En fait, l'atmosphère n'est pas un isolant parfait : il existe donc un courant de fuite entre le sol et l'ionosphère. Ce courant finirait par décharger le condensateur s'il n'y avait pas des mécanismes pour le recharger : le principal de ces mécanismes est l'orage.

Cas des orages... Lors des orages, le cumulonimbus est fortement chargé électriquement. Globalement, le sommet du nuage est chargé positivement alors que sa base est négative.

Le mécanisme de séparation des charges dans le nuage n'est pas parfaitement compris. De nombreuses explications existent (la première date de 1892), mais aucune n'est totalement satisfaisante. Suivant J. D. Sator, ce sont les chocs entre particules (grésil et petits cristaux de glace) à l'intérieur du nuage, causés par les importants mouvements de convection (air chaud ascendant, air froid descendant à des vitesses de l'ordre de 200 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) qui créent une électrisation. En fin de compte, les particules de glace sont chargées positivement tandis que les gouttelettes d'eau sont chargées négativement. La glace, plus légère, se retrouve au sommet du nuage tandis que les gouttelettes d'eau se retrouvent à la base du nuage. Suivant Y. Takahashi, les charges apparaîtraient à l'intérieur du nuage suite à la rupture de gouttes d'eau (il y aurait congélation d'eau en surfusion puis rupture de la goutte). La partie du nuage qui se trouve en regard de la Terre étant chargée négativement, le sol se charge positivement.

Lors des orages, le champ électrique est inversé par rapport à son état habituel. Sa norme atteint alors 10 à 15 $\text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$ environ. Ce champ peut être fortement modifié par le relief : ce n'est donc qu'une valeur moyenne. Par temps d'orage, on a donc un tripôle électrique : sommet du nuage (globalement positif), base du nuage (globalement négative) et sol (positif). Si on s'intéresse seulement à ce qui se passe entre la base du nuage et le sol, on peut comparer la situation par temps

d'orage à un gigantesque condensateur constitué par de l'air placé entre le bas du nuage et le sol.

Qu'est-ce qui détermine l'endroit où va tomber la foudre ? La foudre ne tombe pas au hasard, mais préférentiellement sur des objets élevés ou des pointes (paratonnerres) car le champ électrique est alors intense, et, par conséquent, la force exercée sur les porteurs de charge est plus importante que dans un endroit plat. Parmi les nombreuses décharges électriques qui se produisent, seule une petite partie arrive au sol (environ un dixième des décharges totales). La plupart des décharges sont des décharges intra-nuage ou des décharges inter-nuages. L'ensemble des deux phénomènes : éclair au sol + tonnerre constitue ce qu'on appelle la foudre. Étant donnée la description que l'on a faite de la répartition des charges à l'intérieur du nuage, il semble logique de penser que la foudre va correspondre à un passage de courant électrique entre la Terre, chargée positivement, et le bas du nuage, chargé négativement. Dans ce cas, la Terre se recharge négativement. Cependant, ce phénomène, quoique correspondant à la majorité des coups de foudres observés, n'est pas le seul : il peut aussi y avoir des coups de foudre entre la Terre et la partie du nuage chargée positivement, ceux-ci représentent environ un tiers ou un quart du nombre total de coups de foudre, ils ne sont donc pas négligeables.

Quels sont les signes précurseurs de la foudre ? Il y a d'abord déplacement de traceurs (à la vitesse de 200 km/s environ) qui ionisent l'atmosphère sur leur trajet. Ces traceurs sont des particules chargées pouvant partir du nuage (majorité des cas) ou des objets au sol. Accélérés par le champ électrique, ils ont une énergie suffisante pour ioniser l'atmosphère, créant ainsi de nouvelles charges qui sont accélérées à leur tour par le champ électrique : de nombreux porteurs de charges peuvent ainsi être créés par un phénomène d'avalanche. Lorsqu'un canal ionisé est établi entre le sol et le nuage (typiquement, ce canal a un diamètre de 2 à 3 cm), une ou plusieurs décharges se produisent. Ces décharges constituent la foudre proprement dite. Elles se déplacent à une vitesse de l'ordre de 40 000 km/s, c'est-à-dire plus d'un dixième de la vitesse de la lumière, et correspondent à une tension de l'ordre de 100 millions de Volts et un ampérage de 30 000 A.

Le long du trajet de la décharge, l'air peut atteindre une température de 30 000 °C. La durée moyenne de la foudre est de 0,2 s

Pourquoi l'éclair est-il lumineux ? L'éclair est le phénomène lumineux qui accompagne la foudre. Les gaz, sur le trajet de la décharge électrique sont surchauffés et ionisés, ils émettent alors de la lumière. La teinte exacte de l'éclair peut dépendre de plusieurs facteurs : la densité de courant, la distance à l'éclair, et les différentes particules présentes dans l'atmosphère. L'éclair est rougeâtre s'il y a de l'eau dans l'atmosphère, blanc si l'air est très sec, jaunâtre s'il y a de la poussière, bleu s'il y a de la grêle.

Qu'est-ce qui produit le tonnerre ? La contraction (sous l'effet de forces électromagnétiques) puis la dilatation des masses d'air surchauffées sur le trajet de l'éclair créent une onde de choc qui engendre le bruit appelé tonnerre. Ce bruit est d'autant plus fort que le courant a été intense ; il dépend de la distance, de la longueur, et de l'orientation de l'éclair... Certains éclairs peuvent faire une vingtaine de kilomètres de long : le son en provenance des différentes parties du trajet de l'éclair arrive alors à nos oreilles à des moments différents (le son se déplace à 340 m.s⁻¹...). On peut aussi envisager que des réflexions multiples du son, sur les nuages par exemple, puissent contribuer à allonger la durée du tonnerre. Les différentes fréquences de l'onde sonore produite par l'éclair ne se propagent pas non plus toutes de la même façon. Les fréquences les plus hautes sont anisotropes : elles se propagent essentiellement suivant une direction perpendiculaire au canal de l'éclair, tandis que les fréquences les plus basses se propagent de la même façon dans toutes les directions. Le son perçu variera donc grandement selon qu'il s'agira d'un coup de foudre proche de l'observateur, par exemple, ou d'un éclair inter nuage long et sinueux. Dans le premier cas le bruit est alors court et intense (éclair proche, courant important) et on entend un craquement sec. Dans le deuxième cas, le bruit est plus faible (l'éclair est plus éloigné, et l'intensité du courant est plus

faible dans le cas d'un éclair inter nuage que dans le cas d'un coup de foudre), dure longtemps (car l'éclair est de grande taille ; la durée de l'éclair est très faible mais la durée du trajet du son est importante) et peut varier en fréquence et en intensité dans la mesure où les différents segments de l'éclair sinueux peuvent être orientés différemment. On entendra alors un long roulement de tonnerre.

En vous appuyant sur les textes ci-dessus et vos connaissances, répondre aux questions suivantes :

13. En utilisant (au choix) le théorème de Coulomb ou le théorème de Gauss, et en s'appuyant sur un schéma, justifier l'origine du champ électrique, à l'état naturel (sans orage), E_{nat} , à la surface de la Terre. Représenter les lignes de champ électrique terrestre.
14. Justifier l'existence d'un courant électrique dans l'atmosphère et le représenter sur un schéma.
15. Expliquer l'inversion du champ électrique lors d'une situation d'orage. On définit le coefficient $\alpha = E_{\text{orage}} / E_{\text{nat}}$. Calculer la valeur maximale α_{max} de ce coefficient lors de la formation de l'orage.
16. Calculer le volume d'un canal ionisé de 2,8 cm de diamètre établi entre le sol et la base du nuage.
17. Calculer la durée τ_1 d'établissement du canal et la durée τ_2 d'établissement de la foudre entre le bas du cumulo-nimbus et le sol. Comparer à la durée moyenne de la foudre et commenter.
18. Calculer la puissance dissipée par effet Joule par la foudre.
19. Calculer l'élévation de température dans l'air traversé par la foudre. Est-ce cohérent avec les données du texte ? Commenter.

Troisième partie : Étude électromagnétique des nuages d'orage

Étude du condensateur Terre-ionosphère

On admet que la Terre et l'ionosphère constituent les deux armatures d'un condensateur sphérique. On représente l'ensemble Terre-ionosphère comme un volumineux condensateur sphérique. La Terre, de rayon R_T , se comporte comme un conducteur parfait de potentiel, V_T pris nul et porte une charge négative Q uniformément répartie sur sa surface, tandis que l'ionosphère est représentée par une surface équipotentielle sphérique de rayon R_{T+z_0} , de potentiel V_{ion} . On suppose que l'atmosphère comprise entre Terre et ionosphère a la permittivité diélectrique du vide.

20. Donner la définition d'un condensateur électrique et de sa capacité C . Quel est son symbole en électricité ? Indiquer sur ce symbole les grandeurs introduites dans la définition.
21. Faire un schéma du condensateur Terre-ionosphère. Représenter deux équipotentiels autres que les armatures.
22. À l'aide d'un schéma et des arguments d'invariance et de symétrie, justifier que le champ est de la forme : $\mathbf{E} = E(r) \mathbf{e}_r$ entre les armatures du condensateur avec \mathbf{e}_r vecteur radial unitaire.
23. En utilisant le théorème de Gauss, exprimer $E(r)$, entre les armatures du condensateur, en fonction de r , Q et ϵ_0 .

24. Rappeler la relation différentielle entre le champ électrique \mathbf{E} et le potentiel V . En déduire l'expression du potentiel $V(r)$ pour toute valeur de r
25. En déduire la différence de potentiel $\Delta V = V_T - V_{\text{ion}}$ entre les deux armatures en fonction de Q , R_T et R_T+z_0 et ϵ_0 .
26. En déduire l'expression de la capacité C de ce condensateur en fonction de R_T et R_T+z_0 et ϵ_0 . Vérifier la cohérence de son signe et de son unité.
27. On suppose que z_0 est négligeable devant R_T . Donner une expression simplifiée de la capacité du condensateur. Commenter.

Quand l'orage arrive

Lors d'un orage, le champ électrique est inversé par rapport à son état de repos. La valeur du potentiel passe à $V_{\text{am}}(z_1) = -1,0 \cdot 10^8 \text{ V}$ pour le système formé par le sol et la base des nuages d'altitude $z_1 = 1,0 \text{ km}$.

28. Réaliser un schéma du condensateur dont les conducteurs en vis-à-vis sont la base du nuage et le sol. Représenter les lignes de champ électrique.
29. Calculer la nouvelle valeur E_1 du champ électrique à la surface de la Terre. Commenter.



Illustration 4: © Tony Le Bastard, www.pileus.fr



Illustration 5: © Tony Le Bastard, www.pileus.fr

Fin de l'énoncé
