

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT DE
TECHNICIENS SUPÉRIEURS DE LA MÉTÉOROLOGIE DE PREMIÈRE CLASSE
(CONCOURS INTERNE ET EXTERNE)

SESSION 2021

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE N° 2 :

MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIE

Durée : 3 heures

Coefficient : 5

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.

L'utilisation de toute documentation est strictement interdite.

Les matériels autorisés sont les suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen »

Cette épreuve se compose de deux parties :

- Partie A : Mathématiques (10 points) – pages 3 à 5 – réponses sur l'annexe
- Partie B : Technologie (10 points) – pages 6 à 8 – réponses sur une copie

Ce sujet comporte 10 pages (page de garde et annexe incluse).

Toutes les réponses de cette partie devront être rédigées sur le document fourni à la fin du sujet (annexe) et à remettre au surveillant à la fin de l'épreuve.

Les exercices 1 et 2 se présentent sous la forme de QCU (questionnaire à choix unique).

EXERCICE 1 :

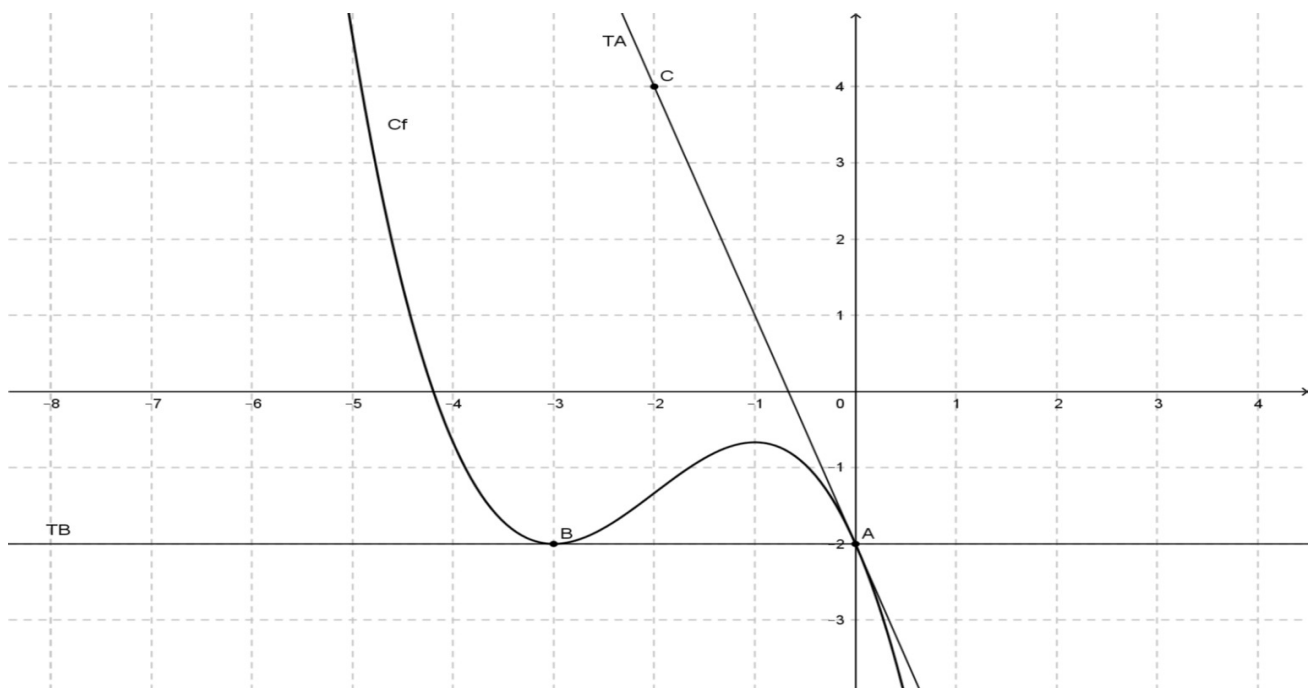
Question 1 : Un prix que l'on multiplie par 1,2 , puis auquel on fait subir une diminution de 30% aura subi au total :

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| a) Une diminution de 36% | b) Une diminution de 10% |
| c) Une augmentation de 10% | d) Une diminution de 16% |

Question 2 : La tangente au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$ à la courbe représentative de la fonction f , définie sur l'intervalle $] -\infty ; 0[$ par $f(x) = \ln(-x)$ a pour équation :

- | | |
|----------------------------|--|
| a) $y = -2x - 1 + \ln 2$ | b) $y = 2x + \ln 2$ |
| c) $y = -2x - (1 + \ln 2)$ | d) $y = -2x + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ |

Pour les questions 3 à 5, on donne ci-dessous une partie de la courbe Cf d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} , dans un repère orthonormé du plan. On note f' la fonction dérivée de f . La courbe Cf passe par le point $A(0; -2)$ et par le point B d'abscisse -3 . La tangente TA à la courbe Cf au point A passe par le point $C(-2; 4)$ et la tangente TB au point B est horizontale.



Question 3 : La valeur de $f'(0)$ est :

- | | | | |
|---------|---------|-----------|--------|
| a) -2 | b) -3 | c) $-0,7$ | d) 0 |
|---------|---------|-----------|--------|

Question 4 : La valeur de $f'(-3)$ est :

- a) -2 b) -3 c) 0 d) autre réponse

Question 5 : Combien l'équation $f(x) = -1$ a-t-elle de solutions dans l'intervalle $[-5; 1]$?

- a) zéro b) une c) deux d) trois

Question 6 : Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -\ln x$. On considère C_f la représentation graphique de f dans un repère orthonormé tel qu'une unité ait une longueur de 2cm sur chacun des deux axes. Soit a un nombre réel appartenant à l'intervalle $[1; 5]$. Alors l'aire A , en cm^2 de la partie du plan délimitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=a$ et $x=7$ est donnée par :

a) $A = [2x \ln x - 2x]_a^7$ b) $A = 2[-2 \ln x]_a^7$

c) $A = [4x \ln x - 4x]_a^7$ d) $A = 4 \left[\frac{-1}{x} \right]_a^7$

Pour les questions 7 et 8, on considère le nombre complexe $z = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right) e^{\frac{i\pi}{7}}$ où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Question 7 : Le module de z est égal à :

- a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) 1 d) $\sqrt{2} \times \frac{\pi}{7}$

Question 8 : Un argument de z est égal à :

- a) $\frac{-45\pi}{28}$ b) $\frac{\pi}{7}$ c) $\sqrt{2} \times \frac{\pi}{7}$ d) $\frac{2\pi}{11}$

EXERCICE 2 :

En décembre 2020, pour acheter une voiture d'occasion, Paul emprunte 6000€ à ses parents qu'il remboursera en effectuant des versements le premier jour de chaque mois. Ainsi le 01/01/2021, il effectue un premier virement de 150€. Afin de limiter la durée du prêt, il convient ensuite d'augmenter les remboursements de 2% chaque mois.

On modélise cette situation par une suite (U_n) . On note U_n le montant versé le $n^{\text{ème}}$ mois. Donc $U_1=150$.

Question 9 : Comment faut-il compléter le programme Python ci-contre afin qu'il permette de calculer la somme S totale remboursée au 01/02/2022 ?

```
from math import*
def somme() :
    N=1
    U=150
    S=150
    while N <= 13 :
        U=.....
        N=N+1
        S=S+U
    return(S)
```

- a) $U=0,02 * U$ b) $U=-0,02 * U$ c) $U=0,98 * U$ d) $U=1,02 * U$

Question 10 : La somme totale remboursée, arrondie à l'euro près, au 01/02/2023 inclus sera de :

- a) 5051 b) 4805 c) 3978 d) 3825

EXERCICE 3 :

La tension U , en volts, aux bornes d'un condensateur, lors de sa décharge dans une résistance, est une fonction du temps t en secondes.

On admet qu'à l'instant $t=0$, moment où l'on ferme le circuit, $U(0)=5,6$ et que U est solution de l'équation différentielle (E) : $y' + \frac{1}{RC} \times y = 0$ où y est une fonction de la variable t , définie et dérivable sur $[0; +\infty[$.

On étudie la tension dans le cas où la résistance R vaut 4×10^2 ohms et la capacité C vaut 2×10^{-3} farads.

Question 11 : Résoudre l'équation (E).

Question 12 : Montrer que $U(t) = 5,6e^{-1,25t}$. Puis calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} U(t)$, et donner une interprétation graphique de ce nombre à propos de la représentation graphique de U dans un repère, ainsi qu'une interprétation dans le contexte de l'énoncé.

Question 13: Après avoir étudié la variation de la fonction U , calculer au bout de combien de temps celle-ci perd les $\frac{2}{3}$ de sa tension initiale.

Partie B - Technologie

Le sujet comporte 12 questions de type question à choix unique (QCU) ou bien d'analyse avec rédaction d'une réponse sur une copie.

Chaque question est indépendante.

Vous répondez pour les questions à choix unique sur votre copie en indiquant clairement le numéro de question et votre réponse.

Toute réponse fautive à une QCU entraînera une pénalité.

Question 1 :

Citer dans l'ordre les différentes couches du protocole TCP-IP.

Question 2 :

Soit le réseau 191.51.100.0 et le masque 255.255.255.0, quelle adresse IP peut être affectée à un hôte ou une machine ?

- a) 191.51.100.0
- b) 191.51.100.255
- c) 191.51.100.60
- d) 255.255.255.0

Question 3 :

Quelle est la représentation décimale de l'adresse IPV4, en binaire :

% 11000000. 1010000. 01000000. 00000101

- a) 110.101.100.101
- b) 5.64.196.192
- c) 192.168.64.5
- d) 192.160.64.5

Question 4 :

Dans une box ADSL, quel service automatisé permet de donner les paramètres réseaux aux postes qui se connectent ponctuellement ?

- a) service Plug And Play (PnP)
- b) service de messagerie (Pop et SMTP)
- c) service d'attribution d'adresse IP (DHCP)
- d) service de résolution d'adresse et de nom (DNS)

Question 5 :

Convertir en base 16 (hexadécimale) le nombre décimal 571.

Question 6 :

Dans un système numérique à base de microcontrôleurs, quelle affirmation est vraie :

- a) le bus d'adresse et le bus de données sont unidirectionnels
- b) le bus d'adresse et le bus de données sont bidirectionnels
- c) le bus d'adresse est unidirectionnel et le bus de données bidirectionnel
- d) le bus d'adresse est bidirectionnel et le bus de données unidirectionnel

Question 7 :

Quel est le quantum d'un convertisseur analogique numérique de 11 bits avec une échelle de conversion de 5V.

- a) 2,44 mV
- b) 4,88 mV
- c) 0,45 V
- d) 2,2 V

Question 8 :

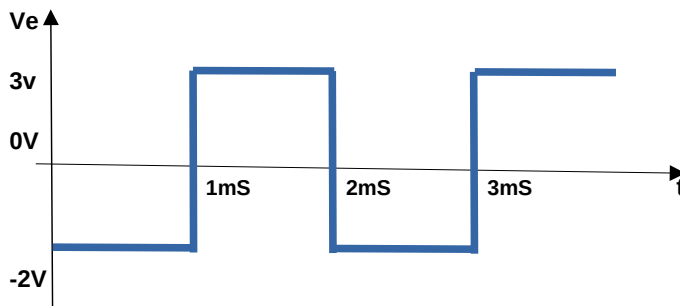
Soit le signal $V_e = V_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$ avec $\omega = 2 \cdot \pi \cdot F$ (symbole pi : π)

Une transmission sans fil du signal V_e modulé en fréquence représente une variation de la grandeur :

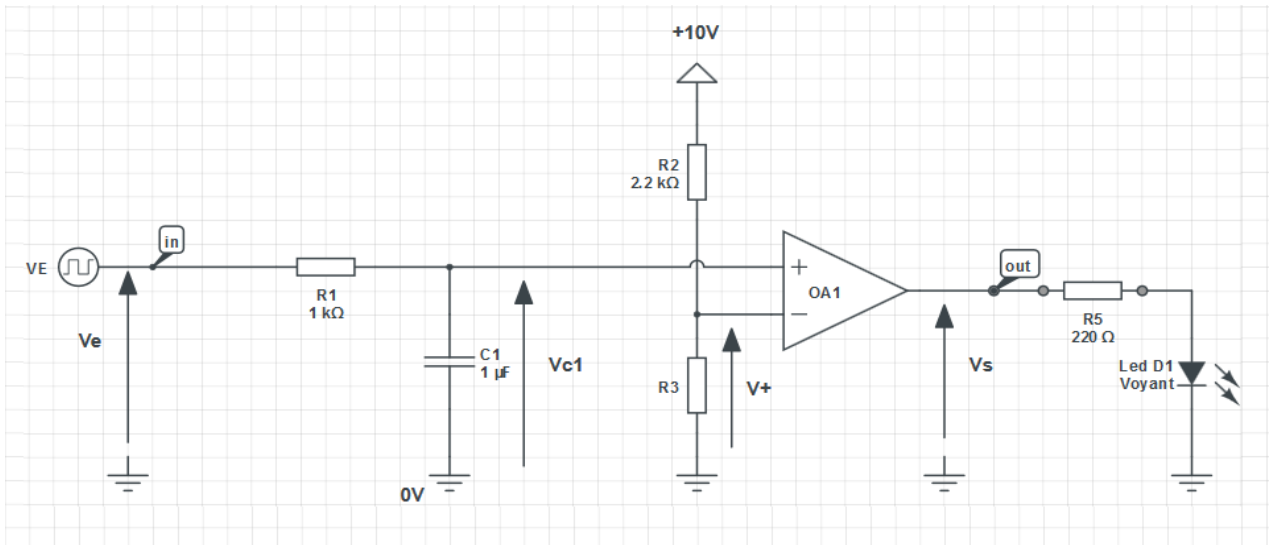
- a) V_m
- b) ω
- c) φ
- d) $\omega \cdot t + \varphi$

Question 9 :

A partir du chronogramme suivant, indiquer les valeurs de la période, la fréquence et la valeur moyenne du signal V_e en précisant les unités.



Pour les questions 10, 11 et 12 on se référera au montage suivant :



Ce montage permet d'allumer un voyant lorsque la tension aux bornes du condensateur atteint la tension $V_{C1} = 6V$.
Lorsque $V_{C1} > 6V$, la sortie de l'amplificateur OA1 fonctionnant en comparateur bascule au +10V et allume le voyant.

L'amplificateur opérationnel OA1 est considéré idéal ($I_+ = I_- = 0$, courant sur les entrées + et - nuls)
L'amplificateur est alimenté entre 0V et +10V

Equation de charge d'un condensateur : ($E=V_e=10V$)

$$u_c(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \text{ avec } \tau = R.C.$$

Uniquement dans le cas de l'hypothèse (à $t = 0$ s, $u_c = 0$ V).

Equation de décharge d'un condensateur : ($E=V_e=10V$)

$$u_c(t) = E \cdot e^{-t/\tau} \text{ avec } \tau = R.C.$$

Uniquement dans le cas de l'hypothèse (à $t = 0$ s, $u_c = E$).

Question 10 :

Le générateur V_e délivre une impulsion carrée d'amplitude 10V dont l'allure est fournie ci-dessous.
Tracer l'allure du signal V_{c1} aux bornes du condensateur en concordance du temps.



Question 11 :

Afin d'obtenir un éclairage optimal de la led lorsqu'elle est passante, on souhaite qu'elle soit parcourue par un courant de 10 mA. Sachant que la chute de tension aux bornes de la diode D1 est de 1.5V, calculer la nouvelle valeur de la résistance R5.

Question 12 :

Déterminer la valeur de la résistance R3 afin que la tension V_+ soit égale à 6V.

N° candidat :

Centre :

DOCUMENT ANNEXE
Feuille réponse Partie A Maths à remettre au surveillant à la fin de l'épreuve

Exercice n° 1 :

Cocher clairement la case correspondante à la réponse sélectionnée.

	Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
<u>Question n° 1</u>				
<u>Question n° 2</u>				
<u>Question n° 3</u>				
<u>Question n° 4</u>				
<u>Question n° 5</u>				
<u>Question n° 6</u>				
<u>Question n° 7</u>				
<u>Question n° 8</u>				

Exercice n° 2 :

Cocher clairement la case correspondante à la réponse sélectionnée.

	Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
<u>Question n° 9</u>				
<u>Question n° 10</u>				

Exercice n° 3 :

Question 11 :

.....

Exercice n° 3 :

Question 12 :

.....

Question 13 :

.....