CONCOURS EXTERNE SPÉCIAL POUR LE RECRUTEMENT
D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE
ET
D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DE L'ÉCOLE NATIONALE DE LA MÉTÉOROLOGIE

SESSION 2019

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE

Durée : 4 heures — Coefficient : 8

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'utilisation d'une calculatrice de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisé à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante ni dispositif externe de stockage (cartes, clé usb, etc). **Elle devra être utilisée en mode examen.**
L'utilisation de toute documentation sur support papier ou électronique est strictement interdite.

Documents fournis avec les copies : deux émagrammes.

Cette épreuve aborde trois domaines différents :

— Exercice I : MÉTÉOROLOGIE DYNAMIQUE pages 3 à 5 – 2 parties – 7 points

— Exercice II : MÉTÉOROLOGIE GÉNÉRALE pages 6 à 11 – 3 parties – 7 points

— Exercice III : COUCHE LIMITE pages 13 à 14– 2 parties – 6 points

Le candidat doit traiter l'ensemble de l'épreuve.

IMPORTANT : CHACUNE DES PARTIES I, II et III DOIT ÊTRE RÉDIGÉE SUR UNE COPIE SÉPARÉE

Pour tout document annexe rendu avec la copie, le candidat portera sur celui-ci le nom du centre d'examen où il passe l'épreuve, le numéro de place occupée et la partie concernée. Aucune autre information d'identification ne devra être présente sur ces documents.
En haut et à gauche de chacune des copies doubles et des documents annexes, le candidat devra porter un numéro d'ordre (1/N, 2/N, N correspondant au nombre total de documents rendus)

Ce sujet comporte 14 pages (page de garde incluse).

Exercice I : Météorologie dynamique

Partie I : équations du mouvement et équation de la divergence

On considère les équations du mouvement horizontal et vertical, sur un plan tangent, hors de la couche limite, dans le système de Boussinesq :

$$\frac{D\vec{V}_h}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla}_h\tilde{P} - f\vec{k}\wedge\vec{V}_h \qquad (1)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\tilde{P}}{\partial z} + \frac{\tilde{\theta}}{\theta_0}g \qquad (2)$$

$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}$
$\vec{V}_h(u,v) = \vec{V}_h(x,y,z,t)$: vecteur vent horizontal
$w = w(x,y,z,t)$: vitesse verticale
$\rho_0 =$ densité (constante)
$\tilde{P} = \tilde{P}(x,y,z,t)$: anomalie de pression par rapport à une atmosphère de référence au repos
$f = f(\varphi)$: paramètre de Coriolis
$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(x,y,z,t)$: anomalie de température potentielle par rapport à une atmosphère de référence au repos
$\theta_0 = 300K$: température potentielle caractéristique de la troposphère
g : gravité

1) Expliciter les six termes de ces deux équations.

2) Quelle est l'expression du paramètre de Coriolis en fonction de la latitude φ et du module du vecteur rotation de la Terre Ω ? En déduire la valeur du paramètre de Coriolis f_0 aux moyennes latitudes ($\varphi_0 = 45°N$). On prendra $\Omega = 7.29 * 10^{-5} s^{-1}$.

3) En quoi consiste l'approximation du β-plan ? Etablir l'expression de β en fonction du rayon de la Terre a et de la latitude φ. En déduire la valeur de β aux moyennes latitudes ($\varphi_0 = 45°N$). On prendra $a = 6000$ km.

4) Sur l'horizontale, à grande échelle, quelles sont les forces en quasi-équilibre ? Comment se nomme cet équilibre ? Quel nombre sans dimension permet de quantifier la validité de cet équilibre ?

5) Mêmes questions sur la verticale.

6) Etablir les équations d'évolution du vent zonal u et du vent méridien v.

7) Etablir l'équation pour la divergence horizontale $D=\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$:

$$\frac{D}{Dt}(D)=-\frac{1}{\rho_0}\Delta_h(\tilde{P})+f\xi-\beta u-D^2+2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial x}\right)-\overrightarrow{grad_h}(w)\cdot\frac{\partial\vec{V_h}}{\partial z}$$

où $\xi=\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$ désigne la composante verticale du tourbillon relatif et $\Delta_h(\tilde{P})$ le laplacien horizontal de la pression.

8) Faire une analyse en ordre de grandeur de cette dernière équation à grande échelle sur un β-plan aux moyennes latitudes. On prendra les ordres de grandeurs suivants :

$U=10\ m/s$; $W=10^{-2}\ m/s$; $L=10^6\ m$; $H=10^4\ m$

$\tau=U/L=10^5 s^{-1}$; $\tilde{P}=10^3 Pa$; $\rho_0=1\ kg/m^3$

On choisira les ordres de grandeur du paramètre de Coriolis et de β en fonction des valeurs calculées aux questions 2 et 3.

9) En déduire la relation diagnostique entre tourbillon relatif et champ de pression à grande échelle. D'après cette relation, quel est le signe du tourbillon relatif au voisinage d'un centre de basse pression dans l'hémisphère sud ?

Partie II : Dynamique de grande échelle

1) A quoi correspond la relation du vent thermique ? Etablir son expression vectorielle $\frac{\partial\vec{V_g}}{\partial z}$ dans le système de Boussinesq en repartant des équations (1) et (2). En déduire les expressions scalaires $\frac{\partial u_g}{\partial z}$ et $\frac{\partial v_g}{\partial z}$.

$\vec{V_g}$, u_g et v_g désignent respectivement le vecteur vent géostrophique et les composantes zonale et méridienne du vent géostrophique.

On se place dans le cadre de l'approximation du *f*-plan. On considère les formes quasi-géostrophiques des équations du mouvement horizontal et de la thermodynamique adiabatique:

$$\frac{D_g\vec{V}_g}{Dt}=-f_0\vec{k}\times\vec{V}_a \qquad (3)$$

$$\frac{D_g\tilde{\theta}}{Dt}=-\frac{\theta_0}{g}N_0^2 w \qquad (4)$$

$$\frac{D_g}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+u_g\frac{\partial}{\partial x}+v_g\frac{\partial}{\partial y}$$

$\vec{V}_g(u_g,v_g)=\vec{V}_g(x,y,z,t)$: vecteur vent géostrophique

$\vec{V}_a(u_a,v_a)=\vec{V}_a(x,y,z,t)$: vecteur vent agéostrophique

2) Etablir les relations suivantes :

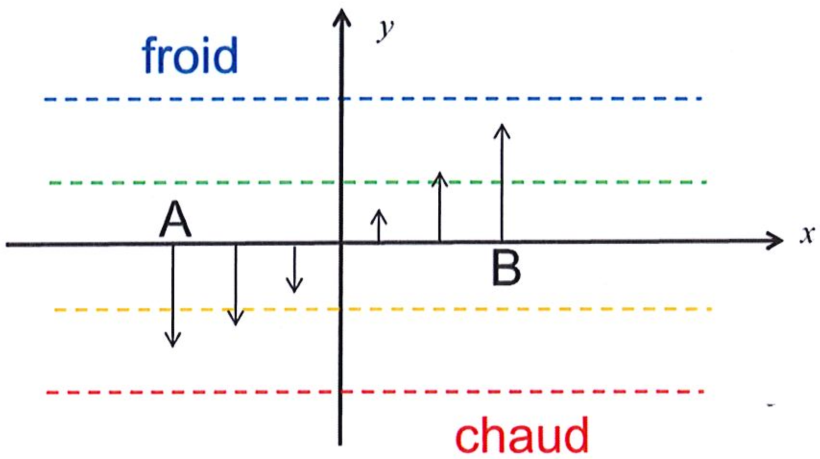
$$\frac{D_g}{Dt}\left(f_0\frac{\partial v_g}{\partial z}\right)=-Q_1-f_0^{\,2}\frac{\partial u_a}{\partial z}$$

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{g}{\theta_0}\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial x}\right)=+Q_1-N_0^{\,2}\frac{\partial w}{\partial x}$$

Q_1 désigne la première composante du forçage géostrophique que l'on explicitera en fonction des gradients horizontaux de vent géostrophique et de température potentielle.

3) En déduire comment évolue l'équilibre du vent thermique sous l'effet du forçage géostrophique ainsi que le rôle de la circulation agéostrophique et verticale.

4) On considère la situation idéalisée de basses couches suivante : jets de sud et de nord en présence d'un gradient méridien négatif de température potentielle (zone barocline idéalisée) :



5) Quelle est l'expression de Q_1 dans ce cadre idéalisé ?

6) Quel est le signe de Q_1 entre les points A et B ? En déduire la circulation agéostrophique et verticale (u_a, w).

Exercice II : Physique de l'atmosphère

Partie 1 : QCM

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Pour chaque question posée, quatre propositions de réponse s'offrent au candidat ; une seule réponse est juste. Pour chacune des questions, des points seront attribués pour la bonne réponse, 0 point en l'absence de réponse, et des points seront retirés pour une réponse fausse.

1) Une voiture roule en direction du sud, passe devant une station-service à 80 km/h. La pression de surface décroît en direction du sud-est de 1,5 Pa/km. Quelle est la tendance de pression à la station-service si la pression mesurée à l'intérieur de la voiture décroît de 50 Pa/3h ?

a) +68.2 Pa/h
b) - 68.2 Pa/h
c) + 3.6 Pa/h
d) -3.6 Pa/h

2) Un joueur de tennis situé à 45 °N de latitude lance une balle en direction du nord. La balle parcourt 50 mètres en 2 secondes. Dans quelle direction et sur quelle distance est déviée la balle sous l'effet de la rotation de la terre ?

a) Déviation vers l'est de 2.4 cm
b) Déviation vers l'ouest de 2.4 cm
c) Déviation vers l'est de 0.5 cm
d) Déviation vers l'ouest de 0.5 cm

3) Lorsque l'on effectue l'approximation anélastique, on considère que :

a) les écarts de masse volumique sont très petits devant la masse volumique de l'atmosphère au repos.
b) les écarts de masse volumique sont très grands devant la masse volumique de l'atmosphère au repos.
c) l'épaisseur de l'atmosphère est négligeable devant le rayon de la terre.
d) la masse volumique est constante sur toute l'atmosphère.

4) On considère un repère orthonormé (O, x, y) et quatre points de grille A, B, C et D de coordonnées respectives A (-L, 0) ; B(0, L) ; C(L, 0) ; D(0, -L). On donne : L = 100km. Les températures en A, B, C et D sont respectivement : T_A = 15°C ; T_B = 16°C ; T_C = 18°C ; T_D = 17°C. Quelles sont les composantes du gradient de température (en °C/km) au point O ?

a) (-0.015 ; 0.005)
b) (+0.03 ; -0.01)
c) (+0.015 ; -0.005)
d) (-0.03 ; +0.01)

5) Dans une station, la pression atmosphérique enregistrée est de 1010 hPa et la température 15 °C. Quelle est la masse volumique de l'air si le rapport de mélange vaut 12 g/kg ?
On rappelle la constante des gaz parfaits pour l'air sec : $R_a = 287.05 \ J.Kg^{-1}K^{-1}$

a) 1,5 kg/m^3
b) 0,9 kg/m^3
c) 1,7 kg/m^3
d) 1,2 kg/m^3

6) Soit une couche d'air atmosphérique comprise entre 850 hPa et 700 hPa. Sa température moyenne est de –2°C et son rapport de mélange moyen de 5 g/kg. Quelle sera son épaisseur ? On rappelle la constante des gaz parfaits pour l'air sec : $R_a = 287.05 JKg^{-1}K^{-1}$

a) 789 m
b) 1546 m
c) 1720 m
d) 1243 m

7) Le poids, c'est :

a) la somme de l'attraction gravitationnelle et de la force de Coriolis
b) la somme de l'attraction gravitationnelle et de la force d'inertie d'entraînement
c) la différence entre l'attraction gravitationnelle et la force de Coriolis
d) la différence entre l'attraction gravitationnelle et la force d'inertie d'entraînement

8) La force de viscosité est proportionnelle :

a) au gradient de la pression
b) au laplacien de la pression
c) au gradient de la vitesse
d) au laplacien de la vitesse

Partie 2 : thermodynamique, dynamique de la convection

On considère les données du radiosondage suivant :

P(hPa)	T(°C)	Td(°C)	DD (deg)	FF (kt)	θ	T'_w (°C)	r(g/kq)	r_w (g/kg)	P_c(hPa)	T_c (°C)
1000	21.5	13.5	120	10						
950	18	9.5	120	15						
900	16	6.5	160	25						
850	13.5	5.5	180	30						
800	7.5	4.5	220	40						
700	0.5	-6	240	50						
650	-6.0	-10	240	50						
600	-10.5	-17	250	55						
500	-23.5	-41.5	260	60						
400	-33.5	-52.5	260	60						
300	-54	-63	270	70						
200	-70	-78	270	80						
100	-65	-71.5								

Dans le tableau, on considère :

- *P* désigne la pression
- *T* la température
- *Td* la température du point de rosée
- *DD* la direction du vent
- *FF* la force du vent
- θ la température potentielle
- T'_w la température pseudo-adiabatique du thermomètre mouillé
- *r* le rapport de mélange
- r_w le rapport de mélange saturant par rapport à l'eau liquide
- *Pc* la pression du point de condensation
- *Tc* la température du point de condensation.

Étude des paramètres thermodynamiques à partir d'un émagramme

1) En effectuant les constructions graphiques sur l'émagramme fourni, compléter le tableau.

2) Après les avoir définis, déterminer graphiquement les paramètres suivants :
   - Point de convection libre
   - Point de convection neutre (LNB)
   - CAPE
   - CIN

Calcul de θ

3) Dans le cas général, rappeler le premier principe de la thermodynamique puis donner l'équation d'évolution de la température pour une transformation réversible d'un gaz parfait.

4) On suppose une transformation adiabatique réversible. Montrer que, dans ce cas, le rapport $\frac{T}{P^{R/C_p}}$ est conservé lors de cette transformation.

5) Retrouver par le calcul les valeurs de θ déterminées graphiquement à la question 1).

Théorie de la particule

6) Rappeler les hypothèses effectuées dans la théorie de la particule.

7) On considère une particule (densité ρ_p, pression P_p, température T_p) dans un environnement (densité ρ_{env}, pression P_{env}, température T_{env}). En négligeant les effets de l'humidité et en supposant $P_{env} = P_p$, montrer que l'équation d'évolution de la vitesse verticale s'écrit :

$$\frac{Dw_p}{Dt} = -g\frac{\rho_p - \rho_{env}}{\rho_p} = -g\frac{T_{env} - T_p}{T_{env}}$$

8) Déterminer la relation entre CAPE et vitesse verticale. En déduire, à partir des données du radiosondage, la valeur approximative de la vitesse verticale obtenue par la particule selon la théorie de la particule. On suppose la vitesse verticale nulle au point de convection libre.

9) Expliquer pourquoi cette vitesse verticale est surestimée.

Équation du mouvement dans le système de Boussinesq – tourbillon relatif

On rappelle les équations du mouvement horizontal et vertical, sur un plan tangent, hors de la couche limite, dans le système de Boussinesq :

$$\frac{D\vec{V}_h}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla}_h\tilde{P} - f\vec{k}\wedge\vec{V}_h \qquad (5)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\tilde{P}}{\partial z} + \frac{\tilde{\theta}}{\theta_0}g \qquad (6)$$

$\frac{D}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}$
$\vec{V}_h(u,v)=\vec{V}_h(x,y,z,t)$: vecteur vent horizontal
$w=w(x,y,z,t)$: vitesse verticale
$\rho_0 =$ densité (constante)
$\tilde{P}=\tilde{P}(x,y,z,t)$: anomalie de pression par rapport à une atmosphère de référence au repos
$f=f(\varphi)$: paramètre de Coriolis
$\tilde{\theta}=\tilde{\theta}(x,y,z,t)$: anomalie de température potentielle par rapport à une atmosphère de référence au repos
$\theta_0=300K$: température potentielle caractéristique de la troposphère
g : gravité

10) À l'aide de ces équations, démontrer l'équation d'évolution de la composante verticale du tourbillon relatif (ξ) : $\frac{D\xi}{Dt}=(\xi+f)\frac{\partial w}{\partial z}+\left[\eta\frac{\partial w}{\partial x}+\gamma\frac{\partial w}{\partial y}\right]$

Où η désigne la composante zonale du tourbillon relatif, γ la composante méridienne du tourbillon relatif et f le paramètre de Coriolis.

11) Expliciter la signification physique des différentes composantes de l'équation précédente et leur rôle dans l'organisation et le développement de la convection.

Hodographe et cisaillement de vent

12) À partir des données du radiosondage, tracer l'hodographe correspondant. Décrire le cisaillement associé.

13) Quelle organisation convective sera favorisée par ce type de cisaillement ? Justifier.

Partie 3 : Jet nocturne de basses couches

On cherche à mettre en évidence les caractéristiques du jet nocturne de basses couches. Pour cela, on considère les équations d'évolution du mouvement horizontal dans la couche limite atmosphérique avec la prise en compte d'une force de frottement horizontale $\vec{F}=(F_x,F_y)$:

$$\frac{Du}{Dt}=-f_0 v_g+f_0 v+F_x$$
$$\frac{Dv}{Dt}=f_0 u_g-f_0 u+F_y$$

u_g et v_g désignent respectivement les composantes zonale et méridienne du vent géostrophique.

On considère une situation de fin de journée où la couche limite atteint un régime stationnaire.

1) En négligeant l'advection, en déduire les expressions des composantes du vent horizontal en fin de journée u_{jour} et v_{jour}.

On considère à présent la situation nocturne caractérisée par une absence de turbulence (on néglige alors les frottements).

2) Établir, dans ce cas, les équations du mouvement horizontal dans la couche limite résiduelle.

On utilise la notation complexe suivante : $\begin{cases} V = u + iv \\ V_g = u_g + iv_g \end{cases}$

3) En déduire l'équation d'évolution de V la nuit dans la couche limite résiduelle. On supposera que le vent géostrophique ne varie pas dans le temps et qu'à l'instant initial $V = V_{jour} = u_{jour} + iv_{jour}$.

4) En séparant la partie réelle de la partie imaginaire et en utilisant les valeurs de u_{jour} et v_{jour} établies à la question 1, démontrer les équations d'évolution des composantes horizontales du vent, la nuit, dans la couche limite résiduelle :

$$\begin{cases} u = u_g + \dfrac{F_y}{f_0}\cos(f_0 t) - \dfrac{F_x}{f_0}\sin(f_0 t) \\ v = v_g - \dfrac{F_x}{f_0}\cos(f_0 t) - \dfrac{F_y}{f_0}\sin(f_0 t) \end{cases}$$

5) Représenter graphiquement les solutions de ce système d'équations afin de mettre en évidence l'oscillation nocturne du vent autour du vent géostrophique.

Exercice 3 : Couche Limite

Partie 1 : Structure verticale des fumées lors d'un feu de biomasse

Les fumées dégagées par la combustion des végétaux constituent des aérosols très fins. De ce fait, on peut négliger leur vitesse de chute propre. En d'autres termes, les fumées se déplacent avec les parcelles d'air qui les contiennent, mais n'ont pas de mouvement par rapport à celles-ci.

A) Pendant le feu

La fumée est dégagée au niveau du sol. Le flux de fumée au sol est noté F_0.

a) Quelle est la nature de la couche limite ? Tracer $\overline{\theta}$. On notera h la hauteur de la couche limite.

b) Tracer le profil vertical de la concentration en fumée $\overline{f}$.

c) Quelle est la structure verticale du flux de fumée $\overline{w'f'}$? Tracer le profil vertical de $\overline{w'f'}$.

B) Après le feu

La masse d'air contenant les fumées est advectée en dehors de la zone de feu, toujours sur le continent. Les aérosols composant les fumées ne se déposent pas rapidement sur les surfaces continentales, et on négligera le dépôt des fumées au sol.

a) Quelle est alors le profil vertical de $\overline{f}$?

b) En deduire celui de $\overline{w'f'}$?

C) Advection au-dessus de l'océan

On suppose que la masse d'air polluée par la fumée, d'épaisseur h, est ensuite advectée au-dessus de l'océan. Les particules d'origine végétale dont est constituée la fumée sont hydrophiles, c'est-à-dire qu'elles se dissolvent facilement dans l'eau. Ainsi, les particules en contact avec la surface de la mer vont s'y dissoudre et être absorbées par l'océan.

On suppose que la couche limite marine est moins haute que la couche limite au-dessus du continent.

a) Pourquoi est-ce une hypothèse valable ?

c) Quel est maintenant le profil vertical du flux turbulent $\overline{w'f'}$? Le tracer.

d) Tracer le profil vertical de $\overline{f}$.

e) Décrire l'avenir des particules d'aérosols en fonction de leur localisation initiale.

Partie 2 : Structure verticale des cendres lors d'un feu de biomasse

Contrairement aux fumées, les cendres sont composées de particules relativement grosses qui ont tendance à tomber sous leur propre poids. On ne peut plus négliger leur vitesse de chute propre, supposée constante, notée W.

L'équation d'évolution de la concentration moyenne en cendres $\overline{c}$ dans le cas d'hypothèse d'homogénéité horizontale stricte est donnée par :

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} = W \frac{\partial \overline{c}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'c'}}{\partial z}$$

a) Que devient cette équation si on suppose une forme en coefficient d'échange (noté K_c) pour le flux turbulent ?

Lors d'un feu, des cendres de taille uniforme sont libérées dans la couche limite. Elles ont tendance à chuter à la vitesse constante W, mais aussi à monter du fait de la turbulence. On suppose la concentration en fumées $\overline{c}(z)$ constante durant plusieurs jours. La concentration au sol $\overline{c}(0) = \overline{c}_0$ est mesurée et donc connue.

b) En supposant le coefficient d'échange K_c constant, montrer que $\overline{c}(z) = \overline{c}_0 \exp\left\{-\frac{W}{K_c}z\right\}$.

c) Application numérique : Si K_c=$15m^2s^{-1}$ et si, à 1 km d'altitude, $\overline{c}(1km) = \frac{\overline{c}_0}{2}$, que vaut la vitesse de chute W ?