

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT DE
TECHNICIENS SUPÉRIEURS DE LA MÉTÉOROLOGIE
DE PREMIÈRE CLASSE
SPÉCIALITÉ « EXPLOITATION »
(CONCOURS INTERNE ET EXTERNE)

SESSION 2022

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE N° 2 :
MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE-CHIMIE

Durée : 3 heures

Coefficient : 5

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'usage de la calculatrice est autorisé.
L'utilisation de toute documentation est strictement interdite.

Cette épreuve se compose de deux parties :

- Partie A : Mathématiques (10 points) – pages 2 à 4
réponses à indiquer sur la feuille en annexe 1
- Partie B : Physique-Chimie (10 points) – pages 5 à 8
réponses à indiquer sur une copie et sur l'annexe 2

Partie A - Mathématiques, aucune pénalité ne sera appliquée en cas de mauvaise réponse.
Partie B – Physique-Chimie, les réponses fausses seront pénalisées.

Ce sujet comporte 11 pages (page de garde incluse).

PARTIE A : MATHÉMATIQUES

Les questions 1 à 10 sont sous forme de QCU (questionnaire à choix unique). Pour chacune de ces questions, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est attendue.

Les questions 11 et 12 nécessitent une réponse rédigée.

Une feuille réponse est fournie en annexe sur laquelle toutes les réponses aux 12 questions doivent être reportées.

Question 1 :

(u_n) est une suite telle que, pour tout entier naturel n :

$$1 \leq u_n \leq 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n - \frac{(u_n - 1)^2}{u_n + 3}$$

- A. (u_n) est une suite divergente non monotone.
- B. (u_n) est croissante pour tout entier naturel n et converge.
- C. (u_n) est décroissante pour tout entier naturel n et converge.
- D. (u_n) est décroissante à partir du rang 3 et converge.

Question 2 :

(S_n) est la suite définie pour tout entier naturel n par $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$
- B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1,5$
- C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 2$
- D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$

Question 3 :

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = \frac{1-e^x}{4+5e^x}$ et C_f sa courbe représentative.

- A. C_f admet une asymptote d'équation $y = -0,2$ en $+\infty$
- B. C_f admet une asymptote d'équation $y = 0,25$ en $+\infty$
- C. C_f admet une asymptote d'équation $x = 0,25$
- D. C_f admet comme asymptote l'axe des abscisses en $-\infty$ et $+\infty$

Question 4 :

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = 4\cos(1 - 2x)$

- A. $f\left(\frac{2+\pi}{4}\right) = -4$ et $f'(x) = 8\sin(1 - 2x)$
- B. $f\left(\frac{1}{2}\right) = -4$ et $f'(x) = -4\sin(1 - 2x)$
- C. $f\left(\frac{1-\pi}{2}\right) = -4$ et $f'(x) = 8\sin(1 - 2x)$
- D. $f\left(\frac{2-\pi}{4}\right) = 0$ et $f'(x) = -8\sin(1 - 2x)$

Question 5 :

Soit g la fonction définie sur $] -0,5; +\infty[$ par $g(x) = \ln(2x + 1)$

- A. $g(0) = 0$ et $g'(0) = -1$
- B. $g(1) = \ln 3$ et $g'(1) = \frac{1}{2}$
- C. $g(2) = \ln 5$ et $g'(2) = \frac{1}{5}$
- D. $g(4) = 2\ln 3$ et $g'(4) = \frac{2}{9}$

Question 6 :

L'inéquation $\ln 4 + \ln(3 - x) < 1$ a pour ensemble solution :

- A. $]3; 7 - e[$
- B. $]3 - \frac{1}{4}e; 3[$
- C. $]\frac{1}{4}(12 - e); +\infty[$
- D. $]7 - e; +\infty[$

Question 7 :

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = e^{2x} + 2x$ et C_f sa courbe représentative donnée ci-contre. Soit un réel $a > 0$.

Exprimer en fonction de a , l'aire de la partie grisée.

- A. Aire = $e^{2a} + a^2 - 1$
- B. Aire = $e^{2a} + a^2$
- C. Aire = $0,5e^{2a} + a^2$
- D. Aire = $0,5e^{2a} + a^2 - 0,5$

Question 8 :

Dans un repère orthonormé de l'espace, les points $A(2 ; -4 ; -1)$, $B(0 ; -1 ; 5)$ et $C(3 ; -4 ; 4)$ définissent un plan. Un vecteur normal au plan (ABC) est :

- A. $\vec{n} \begin{pmatrix} 24 \\ 0 \end{pmatrix}$
- B. $\vec{n} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$
- C. $\vec{n} \begin{pmatrix} 15 \\ 16 \\ -3 \end{pmatrix}$
- D. $\vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Question 9 :

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le point $A(7 ; 2 ; 8)$ et la droite (d) de

représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 4 + t \\ z = -4 - 2t \end{cases}, t \in R.$

Le plan P orthogonal à (d) passant par A admet pour équation cartésienne :

- A. $-2x - 2y + 4z - 14 = 0$
- B. $x + y - 2z = 0$
- C. $5x + 4y - 4z - 11 = 0$
- D. $5x + 4y - 4z = 0$

Question 10 :

Marc se rend à son travail à vélo ou en voiture.

Dans la ville où il habite, il pleut un jour sur quatre.

Lorsqu'il pleut, Marc se rend à son travail en voiture dans 80 % des cas.

Lorsqu'il ne pleut pas, il s'y rend en vélo dans 60 % des cas.

Sachant que Marc s'est rendu à son travail en voiture, quelle est la probabilité que ce jour-là, il ne pleuve pas ?

A. 0,3

B. 0,5

C. 0,6

D. 0,75

Pour les questions 11 et 12, les réponses précises sont attendues sur la feuille réponse en annexe.

Question 11 :

Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = (x - 1)e^{-x}$.

Établir en justifiant le tableau de variations complet de la fonction f sur R .

Question 12 :

On propose l'algorithme de dichotomie ci-dessous en langage Python qui permet d'obtenir un encadrement de la solution à l'équation $f(x) = 0$ sur $[-3; 2]$, f étant la fonction définie en début d'algorithme.

Quelles sont les valeurs exactes stockées dans les variables a et b à la fin du 2^{ème} passage dans la boucle ?

Aucune justification n'est demandée

```
main.py  dico  +
2
3 ▾ def f(x):
4     return (x**3)+1.5*(x**2)-18*x+7
5
6 ▾ def dico():
7     a=-3
8     b=2
9     p=0.001
10 ▾ while b-a>p:
11     |     m=(a+b)/2
12 ▾     |     if f(a)*f(m)<=0:
13     |     |     b=m
14 ▾     |     else:
15     |     |     a=m
16     |     return a,b |
17
18
Ln: 16, Col: 17
```

PARTIE B : PHYSIQUE-CHIMIE

Le sujet est composé de 12 exercices indépendants.

Pour être prises en compte les réponses devront être lisibles et argumentées et les calculs conduisant à un résultat numérique posés explicitement. Dans le cas des QCM cocher la ou les bonnes réponses, quand plusieurs réponses sont correctes.

Une **feuille réponse est fournie en annexe 2** sur laquelle les réponses au QCM, le tracé sur la courbe de dosage pour l'exercice n°4, le tableau à compléter (exercice n°8) et la représentation du schéma de l'exercice n°9, doivent être reportées. Les autres réponses se feront directement sur la copie.

Exercice n°1 : L'acétone.

L'acétone est le nom commercial de la propanone que l'on peut encore nommer diméthylcétone.

1° - *Écrire la formule semi-développée de cette cétone.*

2° - *La combustion de l'acétone donne du dioxyde de carbone et de l'eau. Écrire l'équation bilan de cette réaction.*

Exercice n°2 : Spectrophotométrie.

1° - *Étalonnage du spectrophotomètre :*

Pour tracer la droite d'étalonnage en vue d'un dosage spectrophotométrique, il faut mesurer l'absorbance de solutions :

- A. d'espèces chimiques différentes à la même longueur d'onde
- B. d'une même espèce chimique à des longueurs d'ondes différentes
- C. d'une même espèce chimique pour des solutions de concentrations différentes

2° - *Coefficient d'absorption molaire :*

Pour la longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$, l'absorbance d'une solution de concentration molaire $C = 0,001 \text{ mol.L}^{-1}$ mesurée dans une cuve de largeur $L = 1 \text{ cm}$ vaut 0,5.

Pour $\lambda = 500 \text{ nm}$, le coefficient d'absorption molaire ϵ de l'espèce en solution vaut :

- A $0,2 \cdot 10^6 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{m}^{-1}$
- B $0,5 \cdot 10^3 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{cm}^{-1}$
- C $2 \cdot 10^3 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{cm}^{-1}$
- D $5 \cdot 10^4 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{m}^{-1}$

Exercice n°3 : La soude dans le commerce.

On trouve dans le commerce des liquides permettant de déboucher les canalisations. Le composant principal de ces produits est la soude, de formule **NaOH**, sous forme de solution. Nous considérerons une solution aqueuse de soude de **30 % en masse**, dont la densité est **d = 1,25**.

1° - *Quelle est la masse de soude contenue dans 1 litre de cette solution commerciale ?*

2° - *Calculer la masse molaire de la soude. On donne les masses molaires atomiques suivantes :*

$$M_{\text{Na}} = 23 \text{ g.mol}^{-1} ; M_{\text{O}} = 16 \text{ g.mol}^{-1} ; M_{\text{H}} = 1 \text{ g.mol}^{-1}.$$

3° - *Quel volume de cette solution doit-on prélever pour préparer 1/2 litre de solution de concentration molaire $C = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$?*

Exercice n°4 : Dosage pH-métrique d'une solution d'acide benzoïque.

On dispose d'une solution d'acide benzoïque de concentration C_A . Cette concentration C_A n'étant pas connue, on souhaite la déterminer par un dosage pH-métrique.

1° - *La formule brute de l'acide benzoïque est $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$, donnez sa formule topologique.*

2° - *On procède à un dosage acide/base à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$. Écrire l'équation bilan du dosage.*

3° - On prélève un volume $V_A = 25 \text{ mL}$ de notre solution d'acide que l'on dose avec l'hydroxyde de sodium de concentration $C_B = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$.

À l'aide de la courbe de dosage qui figure dans l'annexe 2, déterminer la concentration CA.

Exercice n°5 : Chauffage d'une piscine.

La variation d'énergie interne ΔU d'un corps de masse m qui passe d'une température T_I à la température $T_F > T_I$ implique un apport d'énergie thermique Q donnée par la formule :

$$Q = \Delta U = mc(T_F - T_I)$$

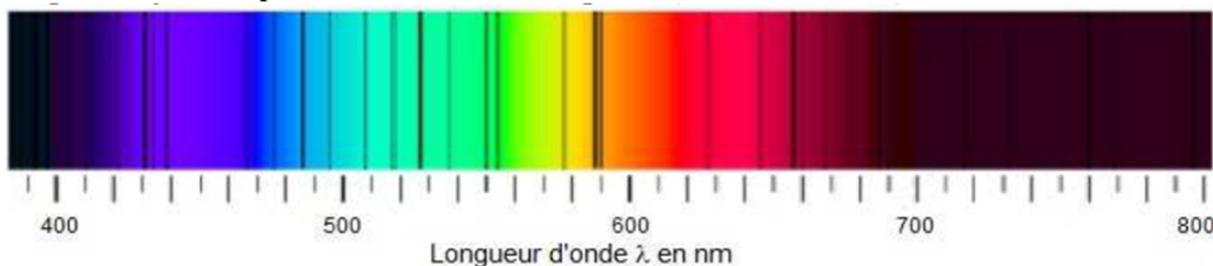
avec : $\left\{ \begin{array}{l} m = \text{masse du corps.} \\ c = \text{capacité thermique massique du corps.} \\ T_I \text{ et } T_F = \text{températures initiale et finale du corps.} \end{array} \right.$

1° - Quelle est l'unité de c ?

2° - Une piscine contient 500 m^3 d'eau de capacité thermique massique $c = 4180 \text{ SI}$ ($\text{SI} = \text{unité du système international}$) à la température de 10°C . Calculer l'énergie thermique Q nécessaire pour amener l'eau de la piscine à la température de 24°C .

Exercice n°6 : Rayonnement solaire.

On donne ci-dessous le spectre du rayonnement solaire et on rappelle que la constante de Planck vaut: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}^{-1}$ et que la vitesse de la lumière dans le vide vaut $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m. s}^{-1}$.



1° - Comment expliquez-vous les raies sombres présentes sur ce spectre ?

2° - On observe une raie sombre pour $\lambda = 486 \text{ nm}$. Quelle est l'énergie d'un photon correspondant à cette longueur d'onde ?

Exercice n°7 : Les lois de Newton.

Énoncez les trois lois de Newtons fondatrices de la mécanique classique.

Exercice n°8 : Les lunes de Jupiter.

La planète Jupiter possède 4 lunes découvertes en 1610 par Galilée avec une simple lunette astronomique. Ce sont Io, Europe, Ganymède et Callisto.

Complétez le tableau qui figure dans l'annexe 2.

Exercice n°9 : Le manège.

Un manège dont le plateau circulaire tourne autour de son centre O, porte un cheval de bois que l'on représentera par un point M (voir schéma dans l'annexe 2).

1° - Représenter le vecteur vitesse du point M si la vitesse de rotation du manège est constante.

2° - Représenter le vecteur accélération du point M, la vitesse de rotation du manège étant toujours constante.

Exercice n°10 : Datation des eaux souterraines à l'aide du chlore radioactif.

Le chlore, de numéro atomique 17, a trois isotopes naturels : le chlore 35 et le chlore 37 qui sont stables et le chlore 36 qui se désintègre spontanément pour former de l'argon 36 de numéro atomique 18. La demi-vie de ce chlore radioactif est $t_{1/2} = 3,01 \cdot 10^5$ ans.

Dans les eaux de surface, le chlore 36 est renouvelé et sa teneur est sensiblement constante, alors que dans les eaux souterraines, où il n'est pas renouvelé, sa teneur décroît avec le temps, ce qui permet de donner une estimation de l'âge d'une nappe phréatique.

1° - Écrire l'équation de désintégration du chlore 36 donnant lieu à la formation de l'argon 36.

2° - De quel type de désintégration s'agit-il ?

3° - La constante radioactive λ vaut :

- A. $7,30 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$ B. $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ an}^{-1}$ C. $4,8 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$ D. $2,3 \cdot 10^{-6} \text{ an}^{-1}$

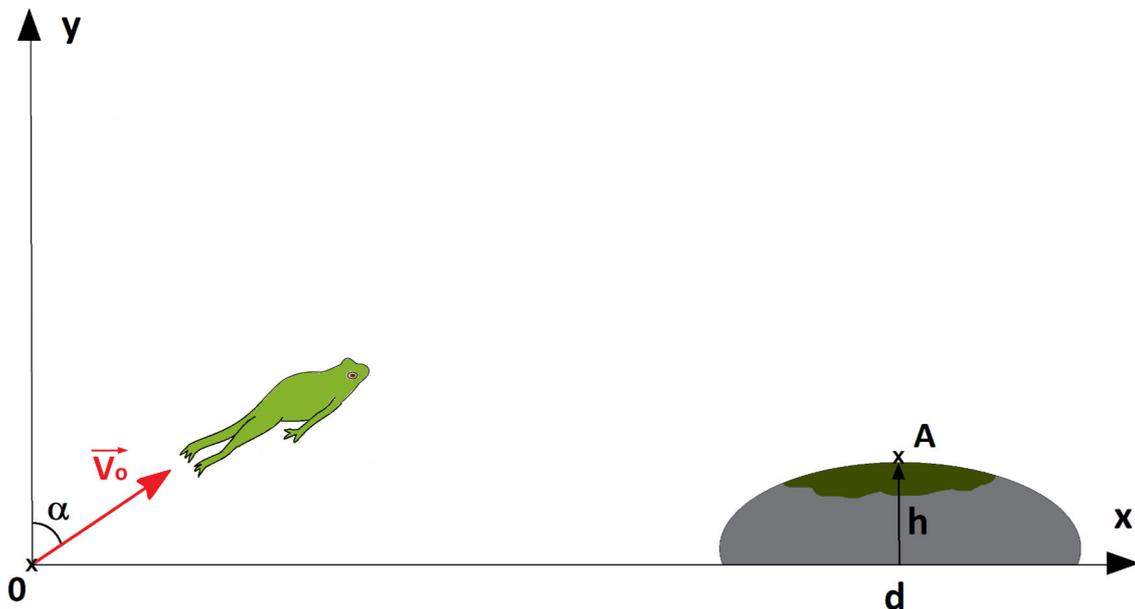
4° - Un forage réalisé sur une nappe phréatique a montré que l'eau prélevée dans la nappe ne contient plus que 33 % de la quantité de chlore 36 trouvée dans les eaux de surface.

L'âge de la nappe en question est estimé à :

- A. $7,30 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$ B. 2 500 ans C. $2,3 \cdot 10^6$ ans D. $5,0 \cdot 10^3$ ans E. $4,8 \cdot 10^5$ ans

Exercice n°11 : La grenouille.

Dans cet exercice il s'agit d'étudier le mouvement d'une grenouille au cours d'un saut. Dans l'étude du mouvement la grenouille sera confondue avec son centre de gravité G. Initialement en O, origine des axes x et y, la grenouille saute, en faisant l'angle α avec la verticale, pour aller se poser sur une pierre moussue au point A de coordonnées $x = d$ et $y = h$.



1° - Les coordonnées du point G (x,y), centre de gravité de la grenouille, ont pour expressions :

- A. $x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ et $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$
B. $x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ et $y = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$
C. $x = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$ et $y = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$
D. $x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ et $y = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h$
E. $x = -v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$ et $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$

2° - L'équation de la trajectoire du point G s'écrit :

$$\text{A. } y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} + \frac{x}{\tan \alpha}$$

$$\text{B. } y = x \cdot \tan \alpha + \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}$$

$$\text{C. } y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + x \cdot \tan \alpha$$

$$\text{D. } y = \frac{1}{2 \cdot \sin^2 \alpha} \cdot (\sin(2\alpha) \cdot x - \frac{g}{v_0^2} \cdot x^2)$$

3° - Calculer la vitesse initiale V_0 de la grenouille pour que celle-ci atterrisse sur la pierre en A.

On donne $\alpha = 45^\circ$, $d = 1 \text{ m}$, $h = 30 \text{ cm}$ et $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Exercice n°12 : Le satellite MetOp-SG.

Le satellite MetOp-SG (Op pour Orbite polaire et SG pour Seconde Génération) est un satellite météorologique de masse $M = 4180 \text{ kg}$, qui décrit une orbite circulaire passant au-dessus des pôles à l'altitude $h = 817 \text{ km}$.

On donne :

- Masse de la Terre : $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$,
- Rayon de la Terre : $R_T = 6\,380 \text{ km}$,
- Constante universelle de la gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

Et l'on rappelle que la force d'attraction gravitationnelle entre deux corps de masse M_1 et M_2 dont les centres de masse sont à la distance d l'un de l'autre s'écrit :

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2}$$

1° - Déterminer l'expression de la période T de rotation du satellite autour de la Terre.

2° - Application numérique : calculer cette période T .

Annexe 1 : FEUILLE RÉPONSE PARTIE A – MATHÉMATIQUES

CONCOURS : TSE 2022

Numéro de candidat :

Cocher clairement la case correspondante à la réponse sélectionnée.

	A	B	C	D
Question 1				
Question 2				
Question 3				
Question 4				
Question 5				
Question 6				
Question 7				
Question 8				
Question 9				
Question 10				

Question 11 :

Question 12 : a =

b =

Annexe 2 : FEUILLE RÉPONSE PARTIE B – PHYSIQUE-CHIMIE

CONCOURS : TSE 2022

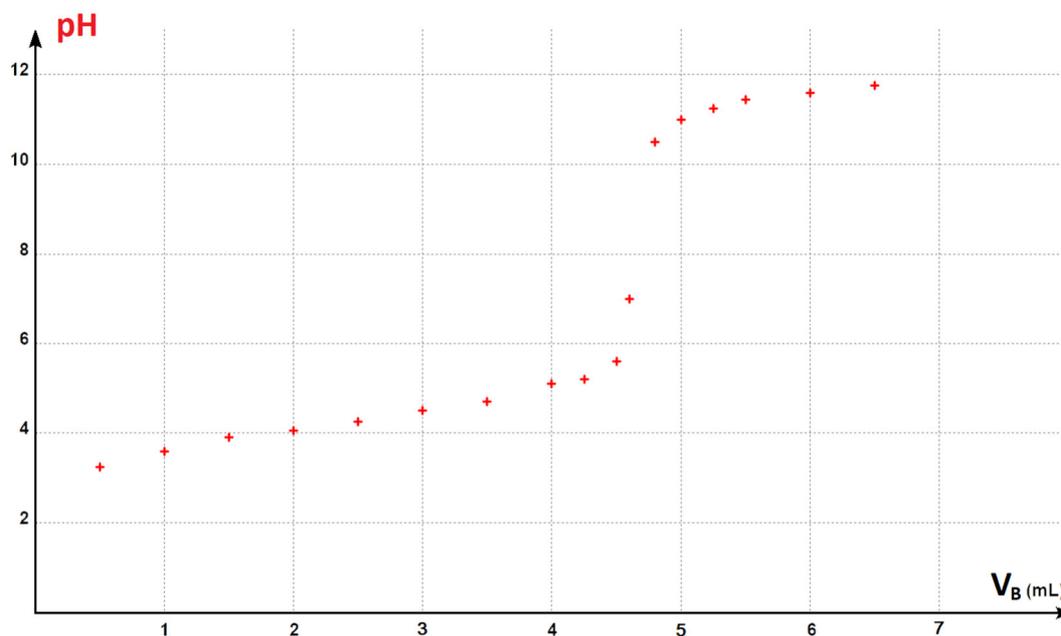
Numéro de candidat :

Cocher clairement la ou les bonnes réponses

(les réponses fausses seront pénalisées)

	A	B	C	D	E
Exercice n°2 - 1°					
Exercice n°2 - 2°					
Exercice n°10 - 3°					
Exercice n°10 - 4°					
Exercice n°11 - 1°					
Exercice n°11 - 2°					

Exercice n°4 :



Exercice n°8 :

Complétez le tableau suivant.

Satellite	Demi grand-axe (en km)	Période de révolution (en jours)
IO	421800	1,769
EUROPE		3,551
GANYMÈDE	1070400	
CALLISTO		16,689

Exercice n°9 :

- 1° - Représenter le vecteur vitesse du point M si la vitesse de rotation du manège est constante.
- 2° - Représenter le vecteur accélération du point M , la vitesse de rotation du manège étant toujours constante.

