RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

METEO FRANCE

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT DE

TECHNICIENS SUPÉRIEURS DE LA MÉTÉOROLOGIE DE PREMIÈRE CLASSE

SPÉCIALITÉ « EXPLOITATION »

(CONCOURS INTERNE ET EXTERNE)

SESSION 2023

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE N° 2 :

MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE-CHIMIE

Durée : 3 heures   Coefficient : 5

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'usage de la calculatrice est autorisé.
L'utilisation de toute documentation est strictement interdite.

Cette épreuve se compose de deux parties :

- Partie A : Mathématiques (10 points) – pages 2 à 5
  réponses à indiquer sur la feuille fournie avec la copie

- Partie B : Physique-Chimie (10 points) – pages 6 à 9
  réponses à indiquer sur la feuille fournie avec la copie

Ce sujet comporte 9 pages (page de garde incluse).

PARTIE A : MATHÉMATIQUES

Les questions 1 à 11 sont sous forme de QCU (questionnaire à choix unique).
Pour chacune de ces questions, une seule réponse est exacte.
Aucune justification n'est attendue.
Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse entraîne une pénalité de 0,25 point, une absence de réponse entraîne 0 point à la question.

Les questions 12 et 13 nécessitent une réponse rédigée.

Une feuille réponse est fournie avec la copie sur laquelle toutes les réponses aux 13 questions doivent être reportées.

<u>Question 1</u> : $(2x + 4)^2 – (3x – 2)^2$ est égal à :

a) $(-x + 6)(5x – 2)$
b) $-5x^2 + 20$
c) $(-x + 6)(5x + 2)$
d) $- 5x^2 + 30x + 12$
e) Aucune des propositions précédentes

<u>Question 2</u> : Quelle est l'inégalité correcte ?

a) $(e^{-x} – 1)(e^x + 2) > 0$ sur $]0 ; +\infty[$

b) $(e^x – 1)(1 – x) \leq 0$ sur $[0 ; 1]$

c) $2\ln(1 – x) – \ln(x + 5) \leq 0$ sur $[-1 ; 1[$

d) $\ln(x^2 – 1) \leq \ln(4x – 1) – 2\ln 2$ sur $]1 ; +\infty [$

e) Aucune des propositions précédentes

<u>Question 3</u> : Quelle est la limite correcte ?

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3-2x-1}{x-3} = 0$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\cos(x)}{x} = 0$

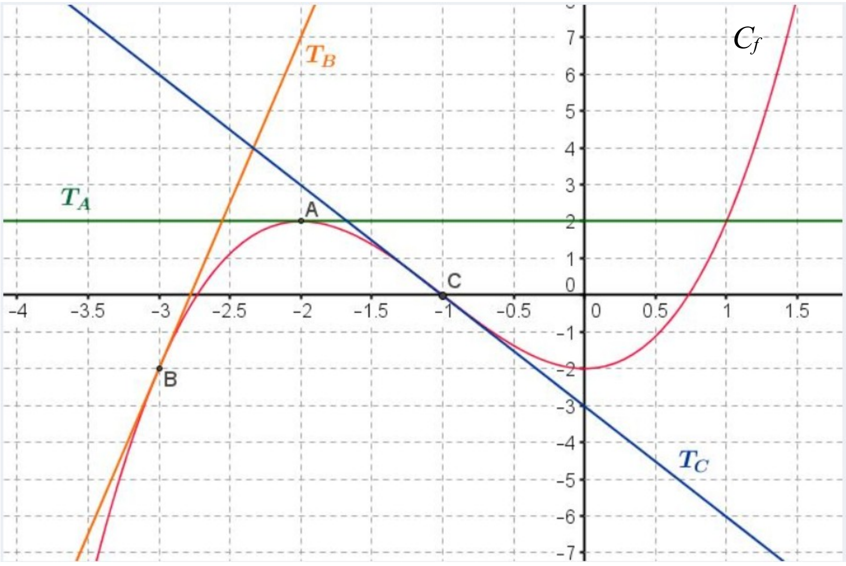
c) $\lim\limits_{x\to +\infty} x e^{-x} = +\infty$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} = 0$

e) Aucune des propositions précédentes

Question 4 :

Dans le repère ci-contre sont tracées la courbe C_f représentative d'une fonction f, ainsi que T_A, T_B, T_C les tangentes à C_f en trois points A, B, C.
On a alors :



a) $f(2) = -2$

b) $f'(-2) = 2$

c) $f'(x) > 0$ sur $]-2 ; 0[$

d) $f'(-3) = 9$

e) Aucune des propositions précédentes

Question 5 : Soit une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$. D'après son tableau de variation donné ci-dessous, on peut affirmer que :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	5

a) $f(4) = 0$

b) L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions

c) L'équation $f(x) = 4$ admet exactement une solution

d) $f'(-1) \times f'(1) \leq 0$

e) Aucune des propositions précédentes

Question 6 : Quelle est l'affirmation correcte ?

a) Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = x\cos(2x)$. Alors $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

b) Soit la fonction f définie sur R par $f(x) = 2x\sqrt{1-x}$. Alors $f'(x) = \dfrac{2-2x}{\sqrt{1-x}}$.

c) Soit la fonction *f* définie sur R par $f(x) = \cos^3 x$. Alors $f'(x) = -3 \sin^2 x$.

d) Soit la fonction *f* définie sur R par $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Alors $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x}(1+x)^{\frac{3}{2}}}$

e) Aucune des propositions précédentes

Question 7 : Quelle est l'affirmation correcte ?

a) La suite *u* telle que $u_n = 2^{n+2} \times 7^{-n}$ *converge vers* $\frac{2}{7}$.

b) La suite *u* définie sur $\mathbb{N}$ * telle que $u_n = 5^{n-1} - 5^{n-3}$ *converge vers 25.*

c) La suite *u* définie sur $\mathbb{N}$ * telle que $u_n = \frac{2-\sin n}{n}$ n'a pas de limite.

d) La suite *u* définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -\frac{3}{2} u_n^2 + \frac{5}{2} u_n + 1$ converge vers 2.

e) Aucune des propositions précédentes

Question 8 : L'aire comprise entre l'axe des abscisses, les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$ et la courbe d'équation $y = 2x^2 - 4x$ est égale à :

a) $\int_0^2 (2t^2 - 4t) dt$

b) $\int_2^0 (2t^2 - 4t) dt$

c) $2 \times \int_0^1 (2t^2 - 4t) dt$

d) $\frac{16}{3}$

e) Aucune des propositions précédentes

Question 9 : Un sac A contient 9 boules dont 5 rouges ; un sac B contient 5 boules dont 3 rouges. On choisit un sac au hasard et une boule dans ce sac. On désigne par E l'évènement « choisir le sac A » et par R l'évènement « la boule choisie est rouge ».
Sachant que la boule choisie est rouge, quelle est la probabilité (arrondie au millième) qu'elle vienne du sac A ?

a) 0,278

b) 0,481

c) 0,578

d) 0,500

e) Aucune des propositions précédentes

<u>Question 10</u> : Un constructeur de composants produit des résistances. La probabilité qu'une résistance soit défectueuse est égale à 5×10^{-3}. Dans un lot de 1000 résistances, la probabilité d'avoir au moins deux résistances défectueuses, arrondie au millième, est :

a) 0,960

b) 0,040

c) 0,084

d) 0,921

e) Aucune des propositions précédentes

<u>Question 11</u> : La droite de l'espace passant par A(1 ; 2 ; 1) et parallèle à (BC) avec B(1 ; 1 ; 1) et C(3 ; -1 ; 3) a pour équation :

a) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

b) $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

c) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

d) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

e) Aucune des propositions précédentes

<u>Question 12</u> : Résoudre par le calcul l'inéquation : $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 1} \geq 0$
Expliquer le raisonnement et justifier.

<u>Question 13</u> : Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{i}$; $\vec{j}$). On donne M(*k* ; 5), A(2 ; 7) et L(4 + 2*k* ; 10). Pour quelle(s) valeur(s) de *k* le triangle MAL est rectangle en A ? Expliquer.

PARTIE B : PHYSIQUE-CHIMIE

L'épreuve est composée de 9 exercices et de 12 questions, un exercice pouvant contenir plusieurs questions.

Pour chaque question, plusieurs réponses sont possibles. Les réponses aux questions 14 à 25 sont apportées sur la feuille réponses fournie avec la copie. Aucune justification n'est attendue.

Exercice 1 : Phénomène d'interférences (1,5 points)

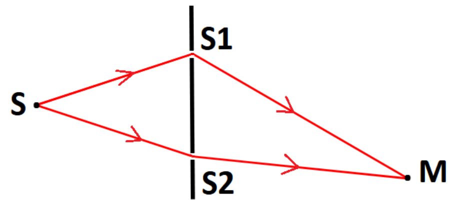
Une source S émet une onde de fréquence f = 20 Hz qui se déplace avec une célérité c = 40 $cm.s^{-1}$.

Question 14 - Quelle est la longueur d'onde de cette onde ?

a) 2 m
b) 20 cm
c) 8 cm
d) 2 cm
e) 0,5 cm

Question 15 - Cette source S donne naissance à 2 sources secondaires S_1 et S_2 en passant à travers des fentes d'Young. Sachant que: $SS_1 = SS_2 = 5$ cm ; $S_1M = 20$ cm et $S_2M = 7$ cm, quel est l'état vibratoire en M ?

a) Interférences constructives
b) Interférences destructives
c) Aucune des réponses précédentes

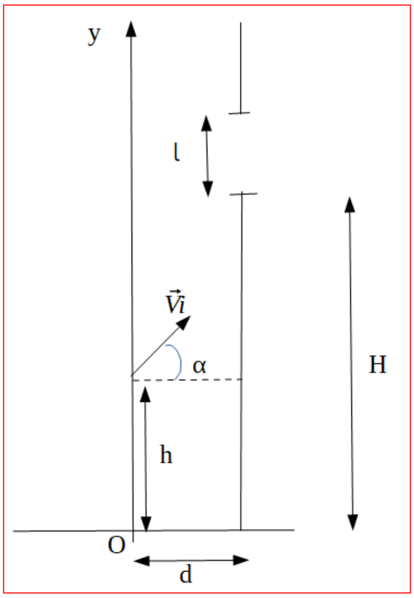


Exercice 2 : Lancer de caillou (2 points)

La fenêtre de Roxane, de hauteur l , est située à la hauteur H m du sol. Cyrano se tient à une distance d du bas de cette fenêtre. Il lance vers la fenêtre un caillou de masse m avec une vitesse initiale $\vec{Vi}$ faisant un angle α avec l'horizontale. L'origine du repère d'espace est prise au niveau du sol, juste à l'endroit où se trouve Cyrano. L'axe vertical est orienté vers le haut et le référentiel est supposé galiléen. A t = 0 s, le caillou se trouve à h = 2,0 m du sol.

Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est uniforme.

Données : d = 2,0 m ; l = 1,0 m ; H = 4,5 m ; α = 60° ; g = 9,8 $m.s^{-2}$



Question 16 - Dans l'hypothèse où le caillou est en chute libre :

a) les équations horaires du mouvement du caillou sont :

$x(t) = v_i \,.\, \cos\alpha \,.\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + v_i \,.\, \sin\alpha .\, t + h$

et l'équation de la trajectoire est : $y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{Vi \times \cos\alpha}\right)^2 + x \times \tan\alpha + h$

b) les équations horaires du mouvement du caillou sont :

$x(t) = v_i \,.\, \sin\alpha \,.\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + v_i \,.\, \cos\alpha .\, t + h$

et l'équation de la trajectoire est : $y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{Vi \times \sin\alpha}\right)^2 + \frac{x}{\tan\alpha} + h$

c) les équations horaires du mouvement du caillou sont :

$x(t) = v_i \,.\, \cos\alpha \,.\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + v_i \,.\, \cos\alpha .\, t + h$;

et l'équation de la trajectoire est : $y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{Vi \times \cos\alpha}\right)^2 + x + h$

d) les équations horaires du mouvement du caillou sont :

$x(t) = v_i \,.\, \sin\alpha \,.\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + v_i \,.\, \sin\alpha .\, t + h$;

et l'équation de la trajectoire est : $y(x) = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{Vi \times \sin\alpha}\right)^2 + x + h$

Question 17 - Cyrano lance le caillou avec une vitesse initiale de valeur v_i égale à 10 $m.s^{-1}$.

a) Le caillou atteindra la fenêtre de Roxane, l'ordonnée du point atteint par le caillou au niveau de la fenêtre étant à une hauteur de 5,3 m

b) Le caillou atteindra la fenêtre de Roxane, l'ordonnée du point atteint par le caillou au niveau de la fenêtre étant à une hauteur de 4,7 m

c) Le caillou n'atteindra pas la fenêtre de Roxane.

<u>Exercice 3 : Combustion complète du propane</u> (1 point)

Equation de la réaction : $C_3H_8(g) + a\ O_2\ (g) \rightarrow b\ CO_2\ (g) + c\ H_2O\ (g)$

Question 18 - Dans cette équation :

a) a = 5 ; b = 2 ; c = 4

b) a = 5 ; b = 3 ; c = 4

c) a = 1 ; b = 3 ; c = 4

Question 19 - Si les quantités initiales des réactifs utilisés dans cette réaction de combustion sont :

$n_0\ (C_3H_8) = 3{,}5$ mol et $n_0\ (O_2) = 15{,}0$ mol :

a) Le mélange est stoechiométrique

b) Le réactif limitant est $C_3H_8(g)$

c) Le réactif limitant est $O_2(g)$

Exercice 4 : Solution aqueuse **(0,5 point)**

Question 20 - On désire préparer 100 mL d'une solution de chlorure de calcium à 0,10 $mol.L^{-1}$ à partir du composé solide (Données : M(Ca) = 40 $g.mol^{-1}$ et M(Cl) = 35,5 $g.mol^{-1}$).

a) On doit peser 1,11 g de chlorure de calcium

b) On doit peser 11,1 g de chlorure de calcium

c) Dans la solution obtenue, $[Cl^-]$ = 0,10 $mol.L^{-1}$

d) Dans la solution obtenue, $[Cl^-]$ = 0,20 $mol.L^{-1}$

Exercice 5 : Extraction par le dichlorométhane **(0,5 point)**

Un composé est extrait de 2L de solution aqueuse par 10 mL de dichlorométhane. Le rendement d'extraction est de 80 %. La concentration de ce composé dans les 10 mL de dichlorométhane est de $4,4 .10^{-6}$ $mol.L^{-1}$.

Question 21 -Quelle était la concentration de ce composé dans l'eau ?

a) $5,5.10^{-8}$ $mol.L^{-1}$

b) $2,2.10^{-8}$ $mol.L^{-1}$

c) $2,75.10^{-8}$ $mol.L^{-1}$

Exercice 6 : 3ème loi de Képler **(2 points)**

L'Union européenne et l'Agence spatiale européenne ont initié le système européen de navigation par satellite : la constellation Galileo (30 satellites).

Données :

- Altitude de mise en orbite : h = 23 522 km
- rayon de la Terre : R**T** = 6380 km
- masse de la Terre : M_T= 5,98 × 10^{24} kg
- constante de gravitation universelle : G = 6,67 × 10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
- intensité de la pesanteur : g = 9,81 $m.s^{-2}$

Question 22 - La période de révolution d'un satellite du système Galileo vaut :

a) 15 h

b) 14h 17min

c) 5,14 × 10^4 s

d) 5,40 × 10^4 s

Exercice 7 : Vitesse de la plongeuse **(1 point)**

Une plongeuse s'élance sans vitesse initiale d'une hauteur de 5,0 m au-dessus de l'eau.

Données :

- Au cours de sa chute, on suppose que la plongeuse n'est soumise qu'à son poids
- l'intensité de la pesanteur g = 10 $m.s^{-2}$

Question 23 -La vitesse avec laquelle la plongeuse pénètre dans l'eau vaut :

a) 10 $m.s^{-1}$

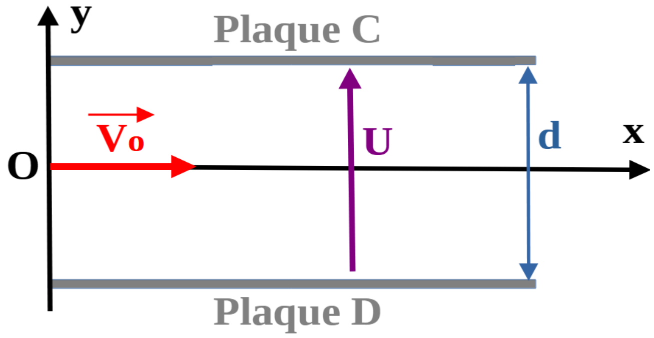
b) 20 $m.s^{-1}$

c) 15 $m.s^{-1}$

d) 40 $m.s^{-1}$

<u>Exercice 8 : Mouvement d'un proton</u> (0,5 point)

Un proton de charge q = +e entre, avec une vitesse initiale $\vec{V}0$, entre les plaques C et D d'un condensateur plan où règne un champ électrique $\vec{E}$. La plaque C est chargée négativement et D positivement.



Question 24 - On s'intéresse à l'équation vectorielle du mouvement du proton. $\vec{a}$ est le vecteur accélération et m_p est la masse du proton.

a) $\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{mp}$

b) $\vec{a} = \frac{\vec{E}}{e\,mp}$

c) $\vec{a} = - e\, m_p \, \vec{E}$

d) $\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{mp}$

e) $\vec{a} = e\, m_p \, \vec{E}$

<u>Exercice 9 : Variation d'énergie interne</u> (1 point)

On souhaite réaliser un œuf poché avec un cuiseur solaire. Pour ce faire, on chauffe 250 g d'eau de 20 °C à 95 °C dans un récipient pesant 500 g. On étudie le système : eau et son récipient.

Seul le transfert thermique entre le cuiseur solaire et le système sera pris en compte, les autres transferts étant négligés.

<u>Données</u> :

capacité thermique massique de l'eau liquide : c = 4,18 $kJ.kg^{-1}.°C^{-1}$
capacité thermique massique du récipient : c_r = 445 $J.kg^{-1}.°C^{-1}$

Question 25 -La variation d'énergie interne ΔU du système est égale à :

a) 80 kJ

b) 100 kJ

c) $9,5 \times 10^{4}$ J

d) - 80 kJ

e) - $9,5 \times 10^{4}$ J