RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

METEO FRANCE

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT DE

TECHNICIENS SUPÉRIEURS DE LA MÉTÉOROLOGIE DE PREMIÈRE CLASSE

SPÉCIALITÉ « INSTRUMENTS ET INSTALLATIONS »

(CONCOURS INTERNE ET EXTERNE)

****

SESSION 2022

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE N° 2 :

MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIE

Durée : 3 heures — Coefficient : 5

La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
L'usage de la calculatrice est autorisé.
L'utilisation de toute documentation est strictement interdite.

Cette épreuve se compose de deux parties :

- Partie A : Mathématiques (10 points) – pages 2 à 4
  réponses à indiquer sur la feuille en annexe 2
- Partie B : Technologie (10 points) – pages 5 à 9
  réponses à indiquer sur une copie

Pour les deux parties, aucune pénalité ne sera appliquée en cas de mauvaise réponse.

Ce sujet comporte 11 pages (page de garde incluse).

PARTIE A : MATHÉMATIQUES

Les questions 1 à 10 sont sous forme de QCU (questionnaire à choix unique). Pour chacune de ces questions, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est attendue.

Les questions 11 et 12 nécessitent une réponse rédigée.

Une feuille réponse est fournie en annexe sur laquelle toutes les réponses aux 12 questions doivent être reportées.

Question 1 :

Depuis sa création, une start-up a vu son chiffre d'affaires augmenter de 6,2 % par mois, sachant que le premier mois, en septembre 2021, ce chiffre d'affaires était de 32 000 €.

On fait l'hypothèse que cette évolution va se poursuivre dans les mois qui suivent.

Pour tout entier naturel non nul n, on note C_n le chiffre d'affaires en euros du n-ième mois après la création de la start-up. On a $C_1=32\,000$

A. Le chiffre d'affaires à l'euro près du mois de janvier 2022 est de 43 229 €

B. Le chiffre d'affaires de février 2022 est égal à $32\,000 \times 0{,}062^5$

C. Le chiffre d'affaires d'avril 2022 est égal à $32\,000 \times 1{,}062^7$

D. Le chiffre d'affaires de mars 2022 est égal à $32\,000 \times 1{,}62^6$

Question 2 :

Compte tenu de la hausse de la consommation mondiale en pétrole, une compagnie pétrolière décide d'augmenter la production de barils de pétrole de 1,5 % chaque mois. En janvier 2021, la production était de 191 000 barils.

(*On rappelle que le baril est l'unité de mesure utilisée pour mesurer les quantités de pétrole brut produites. Un baril équivaut à environ 159 litres*)

Soit un entier n, on note p_n (pour $n \geq 1$) la production en barils le n-ième mois.

On a $p_1=191\,000$.

La fonction « Prod » de l'algorithme en langage Python ci-contre permet de déterminer les quantités cumulées produites par la compagnie au bout de n mois.

```
from math import *

def prod(n):
  p=191000
  S=p
  for k in range (2,n+1):
    p=p*1.015
    S=S+p
  return (S)
```

A. L'appel Prod(4) retourne la valeur, arrondie à l'unité, 199 725.

B. L'appel Prod(6) retourne la valeur, arrondie à l'unité, 984 083.

C. L'appel Prod(2) retourne la valeur de la production totale de pétrole au bout de 2 ans.

D. La production totale de pétrole arrondie à l'unité au bout d'un an est de 2 490 871 barils.

Question 3 :

L'inéquation $\ln(3-x)<1$ a pour ensemble solution :

A. $]-\infty;3[$ B. $]3-e;3[$ C. $]3-e;+\infty[$ D. $]e-3;+\infty[$

Question 4 :

En trois mois, le prix d'une voiture a augmenté de 2 %. On cherche le taux mensuel moyen d'évolution. On note *t* ce taux. Quelle équation doit-on résoudre pour calculer la valeur de *t* ?

A. $1+t=1{,}02^{\frac{1}{3}}$

B. $3(1+t)=\log(1{,}02)$

C. $t^3=1{,}02$

D. $(1+t)^3=0{,}02$

Question 5 :

Dans quel cas l'égalité est-elle vraie ?

A. $120+9\log\left(\frac{0{,}01}{12x^2}\right)=102-9\log(12)+18\log(x)$

B. $10\times0{,}794^{(x+3)}=7{,}94^3\times0{,}794^x$

C. $(e^x+1)^2-(e^x-1)^2=4e^x$

D. $\ln(5^2)+\ln(x^2)=2\ln(5+x)$

L'énoncé suivant concerne les questions 6, 7 et 8 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0;\vec{u},\vec{v})$.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Soit A et B les points d'affixes respectives $z_A=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ et $z_B=e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

Question 6 :

Un argument de $\frac{z_A}{z_B}$ est :

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{-3\pi}{2}$ C. $i\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{-\pi}{2}$

Question 7 :

Soit $z_C={z_B}^2$ alors :

A. $z_C=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $z_C=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $z_C=\frac{-\sqrt{3}}{2}\frac{+1}{2}i$ D. $z_C=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

Question 8 :

Soit r la transformation de C dans C définie par $r(z)=iz$.

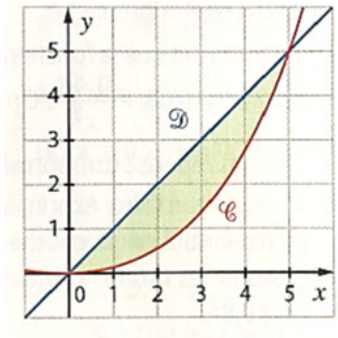
A. r est la translation de vecteur $\vec{v}$ d'affixe i.
B. r est l'homothétie de rapport $|i|$.
C. Le point B est l'image du point A par la transformation r.
D. Le point A est l'image du point B par la transformation r.

Question 9 :

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=6\cos(2x)$. La primitive de f qui s'annule en $x=\dfrac{\pi}{4}$ est :

A. $F(x)=6\sin(2x)$
B. $F(x)=-3\sin(2x)$
C. $F(x)=3\sin(2x)-3$
D. $F(x)=-3\sin(2x)+3$

Question 10 :



Sur le graphique ci-contre, sont représentées dans un repère orthonormé :

- La courbe ***C*** de la fonction f définie sur R par $f(x)=\dfrac{1}{5}x^2$
- La droite ***D*** représentative de la fonction linéaire g définie sur R par $g(x)=x$.

L'aire grisée entre les courbes est égale à :

A. $\displaystyle\int_0^5 \left(\frac{1}{5}x^2-x\right)dx$ B. $\displaystyle\int_5^0 \left(x-\frac{1}{5}x^2\right)dx$ C. $\left[\dfrac{x^3}{15}-\dfrac{x^2}{2}\right]_0^5$ D. $\left[\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^3}{15}+\dfrac{1}{2}\right]_0^5$

Pour les questions 11 et 12, les réponses précises et rédigées sont attendues sur la feuille réponse en annexe.

Question 11 :

Soit l'équation différentielle $y'-2y=5$.

Déterminer la fonction f, solution de cette équation, telle que $f(0)=-3$.

Question 12 :

La décroissance radioactive de l'iode 131 est modélisée par la fonction N définie sur $[0\,;+\infty[$ par $N(t)=4e^{-0.0865t}$, où $N(t)$ donne le nombre de noyaux, exprimé en millions, d'iode 131 présents dans un échantillon à l'instant t, exprimé en jours.

a. Étudier les variations de la fonction N sur $[0\,;+\infty[$.

b. Calculer au bout de combien de jours le nombre de noyaux radioactifs est inférieur à 750 000.