CONCOURS EXTERNE SPÉCIAL POUR LE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DES TRAVAUX DE LA MÉTÉOROLOGIE ET D'ÉLÈVES INGÉNIEURS DE L'ÉCOLE NATIONALE DE LA MÉTÉOROLOGIE

SESSION 2021

****

ÉPREUVE ÉCRITE OBLIGATOIRE

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE

Durée : 4 heures — Coefficient : 8

> La rigueur, le soin et la clarté apportés à la rédaction des réponses seront pris en compte dans la notation.
> **L'utilisation d'une calculatrice de poche, standard, programmable, alphanumérique ou à écran graphique est autorisé** à condition que son fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante ni dispositif externe de stockage (cartes, clé usb, etc). **Elle devra être utilisée en mode examen.**
> **L'utilisation de toute documentation sur support papier ou électronique est strictement interdite.**

Documents fournis avec les copies : un émagramme.

Cette épreuve aborde trois domaines différents :

— Exercice I : MÉTÉOROLOGIE DYNAMIQUE pages 3 à 6 – 2 parties – 7 points

— Exercice II : MÉTÉOROLOGIE GÉNÉRALE pages 7 à 11 – 3 parties – 7 points

(inclus émagramme)

— Exercice III : COUCHE LIMITE pages 13 à 14– 3 parties – 6 points

Le candidat doit traiter l'ensemble de l'épreuve.

> **IMPORTANT : CHACUNE DES PARTIES I, II et III DOIT ÊTRE RÉDIGÉE SUR UNE COPIE SÉPARÉE**
>
> Pour tout document annexe rendu avec la copie, le candidat portera sur celui-ci le nom du centre d'examen où il passe l'épreuve, le numéro de place occupée et la partie concernée. Aucune autre information d'identification ne devra être présente sur ces documents.
> En haut et à gauche de chacune des copies doubles et des documents annexes, le candidat devra porter un numéro d'ordre (1/N, 2/N, N correspondant au nombre total de documents rendus)

Ce sujet comporte 14 pages (page de garde incluse).

Direction des ressources humaines – Pôle recrutements et concours
Téléphone : 05.61.07.93.83 – Télécopie : 05.61.07.96.30

Exercice 1-1: équilibres de grande échelle

1) Pour un phénomène troposphérique d'échelle synoptique aux moyennes latitudes quels sont les ordres de grandeurs :
   a. du paramètre de Coriolis f_0
   b. de l'échelle horizontale L
   c. de l'échelle verticale H
   d. du vent horizontal U

On considère les équations de continuité, du mouvement horizontal, du mouvement vertical et de la thermodynamique adiabatique sur un *f*-plan, en dehors de la couche limite atmosphérique et dans le cadre de l'approximation de « Boussinesq » :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

$$\frac{D\vec{V}_h}{Dt}=-f_0\vec{k}\wedge\vec{V}_h-\frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla}_h\tilde{P}$$

$$\frac{Dw}{Dt}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\tilde{P}}{\partial z}+\frac{\tilde{\theta}}{\theta_0}g$$

$$\frac{D\tilde{\theta}}{Dt}+w\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}=0$$

$\frac{D}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}+w\frac{\partial}{\partial z}$

$\vec{V}_h(u,v)=\vec{V}_h(x,y,z,t)$: vecteur vent horizontal

$w=w(x,y,z,t)$: vitesse verticale

$\rho_0=$ densité (constante)

$\tilde{P}=\tilde{P}(x,y,z,t)$: anomalie de pression par rapport à une atmosphère de référence au repos

f_0 : paramètre de Coriolis

$\tilde{\theta}=\tilde{\theta}(x,y,z,t)$: anomalie de température potentielle par rapport à une atmosphère de référence au repos

$\theta_0=300K$: température potentielle caractéristique de la troposphère

$\overline{\theta}=\overline{\theta}(z)$: température potentielle de l'atmosphère de référence au repos

$g=9.8ms^{-2}$: accélération de la pesanteur

2) Comment se simplifie le système d'équations dans le cadre de l'approximation hydrostatique ?

3) A quoi correspond l'équilibre géostrophique ? En déduire l'expression du vent géostrophique $\vec{V}_g$ et calculer la divergence.

4) Définir le nombre de Rossby R_0 et donner son expression en fonction de f_0, U et L. Que vaut R_0 pour un phénomène d'échelle synoptique aux moyennes latitudes ?

5) Définir le vent agéostrophique $\vec{V}_a$. Etablir son expression vectorielle et en déduire son ordre de grandeur U_a en fonction de R_0 et U.

6) Déduire des équations précédentes l'ordre de grandeur de la vitesse verticale de grande échelle W en fonction de L, H, U et R_0. Que vaut W à grande échelle aux moyennes latitudes ?

7) Etablir la forme « Boussinesq » de l'équilibre du vent thermique et en déduire l'ordre de grandeur des variations de température $\hat{\theta}$ en fonction de θ_0, g, L, H, U et f_0. Que vaut $\hat{\theta}$ à grande échelle aux moyennes latitudes ?

Exercice1- 2: théorie quasi-géostrophique de la frontogenèse

On considère un écoulement bidimensionnel horizontal, ne dépendant que des coordonnées horizontal x et y et supposé non-divergent et adiabatique. Les équations de continuité et de la thermodynamique, utiles pour l'étude de ce problème, se réduisent à :

$$\frac{\partial u_g}{\partial x}+\frac{\partial v_g}{\partial y}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}+u_g\frac{\partial \theta}{\partial x}+v_g\frac{\partial \theta}{\partial y}=0 \qquad (2)$$

u_g : composante zonale du vent géostrophique v_g : composante méridienne du vent géostrophique θ : température potentielle

1) A partir des équations *(1)* et *(2)* montrer que l'évolution du gradient zonal de température potentielle vérifie la relation :

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)=Q_1$$

avec $$Q_1=\frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial \theta}{\partial x}-\frac{\partial v_g}{\partial x}\frac{\partial \theta}{\partial y}=(\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_h\theta)\vec{\nabla}_h v_g=\left|\vec{\nabla}_h\theta\right|\frac{\partial v_g}{\partial s}$$

s désigne la distance le long d'une iso-θ.

2) On suppose que le champ de vitesse est un champ de déformation qui vérifie les relations :

$$\begin{vmatrix} u_g = -\alpha x \\ v_g = \alpha y \end{vmatrix} \quad \text{avec} \quad \alpha > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$$

On note $\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_0$ la valeur initiale du gradient zonal de température potentielle .
Faire un schéma sommaire du champ de vent et de température potentielle dans ce cas.
Comment évolue, en fonction du temps, le gradient zonal de température potentielle à partir de sa valeur initiale ?

3) On suppose que le champ de vitesse est un champ de cisaillement qui vérifie les relations :

$$\begin{vmatrix} u_g = 0 \\ v_g = \alpha x \end{vmatrix} \quad \text{avec} \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_0 = Cste \quad \text{et} \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \text{à l'instant } t=0$$

Faire un schéma sommaire du champ de vent et de température potentielle dans ce cas.
Comment évolue le gradient zonal de température potentielle ?

4) Etablir une équation d'évolution analogue à la question *1)* pour le gradient méridien de la température potentielle.

5) En déduire l'équation d'évolution du gradient vectoriel de température potentielle $\frac{D}{Dt}\left(\vec{\nabla}_h\theta\right) = \vec{Q}$ avec $\vec{Q} = -\left|\vec{\nabla}_h\theta\right| \cdot \left(\vec{k} \wedge \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial s}\right)$ puis l'évolution de la fonction de frontogenèse : $\frac{D}{Dt}\left(\left|\vec{\nabla}_h\theta\right|^2\right) = 2\vec{Q}.\vec{\nabla}_h\theta$

6) On considère la situation météorologique du 10 décembre 2012. La figure ci-dessous représente le géopotentiel et la température à 700 hPa. Tracer les vecteurs $\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial s}$ puis $\vec{Q}$ au niveau des points A, B sur la figure ci-dessous. Dans quel sens pointe le vecteur $\vec{Q}$ pour chacun de ces points ? Conclure quant à l'action frontogénétique ou frontolytique du champ de vent sur le champ de température potentielle.

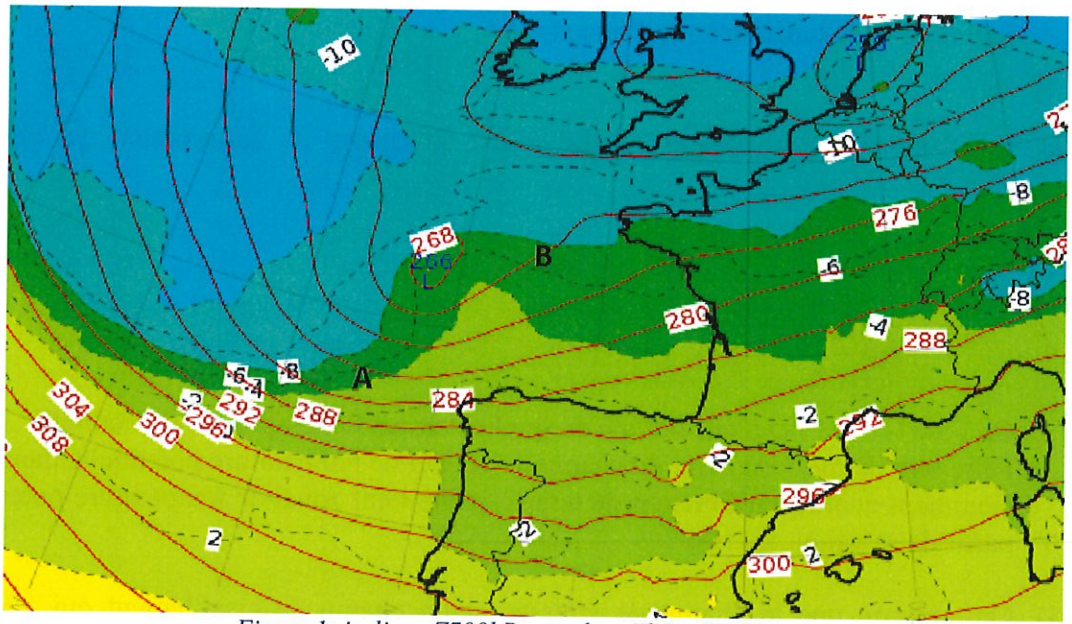

Figure 1: isoligne Z700hPa, couleur Théta 700hPa

Dans le cadre de l'approximation semi-géostrophique, on admet les équations suivantes pour l'évolution du cisaillement vertical de vent méridien et pour le gradient zonal de température.

$$\begin{cases} \dfrac{D}{Dt}\left(f_0 \dfrac{\partial v_g}{\partial z} \right) = -Q_1 - f_0 \dfrac{\partial u_a}{\partial z}\left(f_0 + \dfrac{\partial v_g}{\partial x} \right) - \dfrac{g}{\theta_0}\dfrac{\partial \theta}{\partial x}\dfrac{\partial w}{\partial z}. \\ \dfrac{D}{Dt}\left(\dfrac{g}{\theta_0} \dfrac{\partial \theta}{\partial x} \right) = +Q_1 - N_0^2 \dfrac{\partial w}{\partial x} + \dfrac{g}{\theta_0}\dfrac{\partial \theta}{\partial x}\dfrac{\partial w}{\partial z} \end{cases}$$

où Q_1 désigne la première composante du forçage géostrophique.

7) D'après ces équations et en considérant l'équation de continuité, expliquez pourquoi vent ageostrophique renforce la frontogenèse initié par le forçage géostrophique Q_1 . En déduire l'apport du semi-géostrophisme par rapport au quasi-géostrophisme.