

Exercice II: MÉTÉOROLOGIE GÉNÉRALE

Données :

Constante spécifique de l'air sec : $R_a = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Constante spécifique de la vapeur d'eau : $R_v = 461,5 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Capacité calorifique à pression constante de l'air sec : $C_{pa} = 1005 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$

PARTIE A : Thermodynamique atmosphérique

On appelle le rapport de mélange r d'une particule d'air humide, le rapport entre la masse d'air sec m_a et la masse de vapeur d'eau m_v soit $r = \frac{m_v}{m_a}$.

1) En partant de la définition de r et en utilisant l'équation des gaz parfaits, montrer que

$$r = \frac{R_a}{R_v} \frac{e}{P - e}$$

2) Définir la notion de température virtuelle T_v d'une particule d'air humide et montrer que

$$T_v = \frac{1 + \frac{R_v}{R_a} r}{1 + r} T \quad \text{où } T \text{ est la température de la particule avec } T \text{ et } T_v \text{ en K.}$$

3) Donner la définition de l'humidité relative H . Montrer qu'une bonne approximation de l'humidité relative (exprimée en %) est $H = 100 \frac{r}{r_s(P, T)}$ où $r_s(P, T)$ est le rapport de mélange saturant par rapport à l'eau liquide à la pression P et à la température T .

4)a) On évalue la pression de vapeur saturante par la formule de Tétens : $e_s(T) = 6,107 \times 10^{\frac{a.T}{b+T}}$
Où $e_s(T)$ est exprimée en hPa, T la température en °C, avec $a = 7,5$ et $b = 237,3^\circ\text{C}$.

A partir de la formule de Tétens et de la définition de H , exprimer la température du point de rosée T_d en fonction de H et de $e_s(T)$.

b) On considère une masse d'air humide notée A de pression $P_A = 1000 \text{ hPa}$, de température $T_{A1} = 32^\circ\text{C}$ et d'humidité relative $H_{A1} = 85\%$. Calculer la température du point de rosée T_{dA1} de cette masse d'air.

c) Durant la nuit, cette masse d'air A se refroidit de manière isobare, jusqu'à une température $T_{A2} = 26^\circ\text{C}$. En déduire la nouvelle température du point de rosée T_{dA2} et la nouvelle humidité relative H_{A2} de cette masse d'air. Que se passe-t'il en termes de phénomènes météorologiques ? Calculer r_{A1} et r_{A2} à partir de la formule de la question 1 puis en déduire la quantité d'eau condensée en eau liquide r'_A en g.kg^{-1} .

d) On considère une nouvelle masse d'air notée B de température $T_{B1} = 36^\circ\text{C}$ et d'humidité relative $H_{B1} = 30\%$ en journée. Durant la nuit, cette masse d'air B se refroidit, de manière isobare, jusqu'à une température $T_{B2} = 22^\circ\text{C}$. Est-ce que le même phénomène météorologique se produit sur la masse d'air B durant le refroidissement de la masse d'air A ?

e) Connaissez-vous une région dans le monde caractéristique de la masse d'air A ? Même question pour la masse d'air B. Est-ce la masse d'air A ou B qui est la plus difficile à supporter, en termes de chaleur, au niveau physiologique pour l'être humain ? Expliquer !
Connaissez-vous un indice bio-météorologique qui permet de comparer le degré d'inconfort de différentes masses d'air ?

PARTIE B : Relations entre les champs de température et de vent

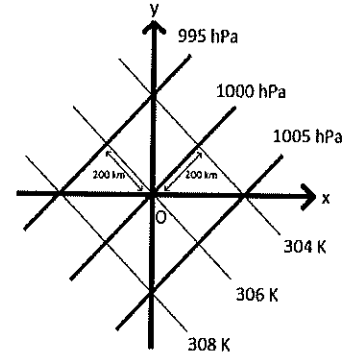
On considère :

- un point O, origine du repère local, situé au sol (altitude de 0 m),
- un point L situé au-dessus de O à 10 m d'altitude,
- un point M situé au-dessus de O à 500 m d'altitude,
- un point I situé au-dessus de O à 1 km d'altitude,
- un point P situé au-dessus de O à 5 km d'altitude.

La latitude est telle que le paramètre de Coriolis en O, M et P est constant et vaut $f_0 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

L'atmosphère réalise les conditions suivantes en O : la pression est de 1000 hPa et la température est de 306 K. On choisira comme température potentielle caractéristique $\theta_0 = 306 \text{ K}$.

Autour de O et de L, la pression décroît horizontalement vers le nord-ouest de 5 hPa tous les 200 km comme illustré sur le schéma à droite.



Sur toute la zone considérée, la température décroît horizontalement vers le nord-est de 2 K tous les 200 km.

Lorsque $z_0 \leq z \leq z_1$, la température décroît avec l'altitude avec un gradient vertical $\beta_1 = -8 \text{ K.km}^{-1}$;

Lorsque $z \geq z_1$, la température décroît avec l'altitude avec un gradient vertical $\beta_2 = -6,5 \text{ K.km}^{-1}$;

L'équilibre hydrostatique est vérifié et on suppose de l'air sec.

1)a) Définir la température potentielle θ , indiquer sa formulation en fonction de la température T, de la pression P d'une particule d'air, de R_a et C_{pa} et indiquer l'intérêt météorologique de ce paramètre.

b) On considère une particule d'air placée au point O et soumise à une ascendance de 500 m (jusqu'au point M) en conditions adiabatiques réversibles. Évaluer la variation correspondante de température ΔT de la particule.

c) Montrer que le gradient vertical de température potentielle s'exprime notamment en fonction du gradient adiabatique sec et du gradient vertical de température β_1 ou β_2 suivant l'altitude considérée.

d) Calculer la température (en K), la pression (en hPa), la température potentielle (en K) d'une particule d'air située en M, en I et en P, arrondies à l'unité. Calculer le gradient vertical de la température potentielle (en K.km^{-1}) en M et en P.

2)a) Donner la définition du vent géostrophique, ses domaines d'application, le niveau d'approximation du vent réel qu'il permet à l'échelle synoptique et sa formule en coordonnées z.

b) Calculer les 2 composantes du vent géostrophique en L $\vec{V}_{g,L}(u_{g,L}, v_{g,L})$ ainsi que sa norme, arrondies au dixième, en m.s^{-1} . On prendra la valeur de la masse volumique en O pour le calcul.

c) En utilisant l'expression du vent géostrophique et l'approximation hydrostatique dans le système de Boussinesq, montrer que la relation du vent thermique peut s'écrire :

$$\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial z} = \frac{g}{f_0 \theta_0} \vec{k} \wedge \text{grad}_h(\tilde{\theta})$$

d) A partir de la relation du vent thermique, calculer les composantes du vent géostrophique en M $\vec{V}_{g,M}(u_{g,M}, v_{g,M})$ et en P $\vec{V}_{g,P}(u_{g,P}, v_{g,P})$ ainsi que leurs normes.

3) On mesure en L les composantes horizontales du vent réel moyen :

$$\vec{V}_{r,L}(u_{r,L}=14,6 \text{ m.s}^{-1}, v_{r,L}=15,6 \text{ m.s}^{-1})$$

a) À quoi est due la différence de valeur de vent avec le vent obtenu à la question 3)b) ? Comment nomme-t-on cette différence entre le vent réel et le vent géostrophique ? Calculer les composantes de cette différence de vent et sa norme. On notera cette différence de vent $\vec{V}_{a,L}$.

b) On suppose qu'autour de L, le terme isallobarique est nul (terme lié au gradient de la tendance de pression). Cette différence de vent est-elle engendrée :

- par une courbure des isobares ?
- par une zone de confluence/difffluence ?
- à la fois par une courbure des isobares et par une zone de confluence/difffluence ?

Expliquer votre choix.

Avons-nous une courbure des isobares cyclonique ou anticyclonique autour de L ? Expliquer et calculer le rayon de courbure R en km.

Le point L est-il situé dans une zone de confluence ou une zone de difffluence ? Expliquer !

PARTIE C : Radiosondage à Auch

Un radiosondage effectué à la station de Auch (Sud-Ouest de la France) en début de matinée a permis de dresser le tableau suivant regroupant des mesures de pression P, de température T et de température de point de rosée Td à partir du sol.

P (hPa)	1000	950	900	850	800	750	600	500	400	300	200
T (°C)	8	14	15	14	12	9	-3	-12	-23	-37	-45
Td (°C)	8	14	15	10	9	9	-10	-20	-32	-48	-50

On désigne par θ^w la température pseudo-adiabatique potentielle du thermomètre mouillé et T'w la température pseudo adiabatique du thermomètre mouillé.

1)a) Sur l'émagramme, tracer en rouge la courbe d'état de ce radiosondage et en bleu la courbe reliant les points de coordonnées P et T'w en positionnant les températures de point de rosée avec des croix noires.

b) En déduire pour chaque couche le signe du gradient vertical de la température potentielle θ et celui de θ^w et caractériser la stabilité de chaque couche de ce sondage en utilisant les critères de Ponce.

En quoi le profil de température de la couche comprise entre 1000 hPa et 900 hPa est-il particulier ? Comment appelle-t-on les couches présentant ce type de profil de température ?

Quelles couches présentent un caractère d'instabilité aérologique susceptible de générer des nuages ?

2)a) Expliquer la notion de CAPE (Convective Available Potential Energy). En quelle unité exprime-t-on la CAPE ? Quelle est l'utilité de cette grandeur en prévision ? Pourquoi la CAPE seule ne permet-elle pas de faire une prévision sur la probabilité de l'occurrence d'orages ? Quels autres paramètres météorologiques sont utilisés pour faire une prévision sur la probabilité de l'occurrence d'orages et de leurs organisations.

b) À partir de l'équation d'évolution de la vitesse verticale, démontrer la relation existante entre la CAPE et la vitesse verticale maximale théorique susceptible d'apparaître dans une ascendance convective. Énumérer toutes les hypothèses nécessaires pour arriver à ce résultat. Cette vitesse verticale maximale théorique est-elle réaliste ? Sinon, quel autre processus faudrait-il prendre en compte ?

c) Notons MUCAPE (Most Unstable CAPE) la valeur maximale de CAPE calculée sur une épaisseur de 300 hPa à partir du sol. Matérialiser sur l'émagramme, pour le profil considéré dans cet exercice, la surface proportionnelle à la MUCAPE. Estimer (grossièrement) la valeur numérique de la MUCAPE, en utilisant la correspondance surface/énergie figurant dans le cartouche de l'émagramme.

d) Estimer le sommet théorique des ascendances convectives.

3) À partir de ce radiosondage, expliquer la situation météorologique et les phénomènes météorologiques qui pourraient se produire à Auch durant cette matinée.

Exercice III: COUCHE LIMITE

Exercice III.1 : Couches limites atmosphériques urbaine et rurale

Lors de la campagne de mesures ESCOMPTE qui s'est déroulée l'été 2001 à Marseille, des mesures du bilan d'énergie au-dessus de surfaces urbaines et naturelles (dans la garrigue, composée principalement d'arbustes) ont été réalisées afin d'étudier l'impact de la ville sur la couche limite atmosphérique. Les bilans d'énergie d'une journée typique **très ensoleillée** sont représentés sur la figure 1.

- 1) Expliquer les raisons possibles de différence de comportement du rayonnement net Q^* entre ville et campagne (le jour et la nuit).
- 2) Le flux turbulent de chaleur sensible Q_H est-il significativement différent entre les deux sites le jour ? la nuit ?
- 3) Décrire le cycle diurne typique, sur 24h à partir de l'aube, du bilan d'énergie de la garrigue (Figure 1 à droite). D'où vient l'énergie ? Comment se répartit-elle entre les différents termes et dans le temps ?
- 4) Décrire le cycle diurne typique, sur 24h à partir de l'aube, du bilan d'énergie en centre-ville (Figure 1 à gauche). D'où vient l'énergie ? Comment se répartit-elle entre les différents termes et dans le temps ? Quelle est la source d'énergie principale de la surface en ville la nuit ?
- 5) Quel type de couche limite se trouve au dessus de la garrigue le jour ? la nuit ? Expliquer.
- 6) Quel type de couche limite se trouve au dessus de la ville le jour ? la nuit ? Expliquer d'éventuelles différences par rapport à la couche limite au-dessus de la garrigue ?

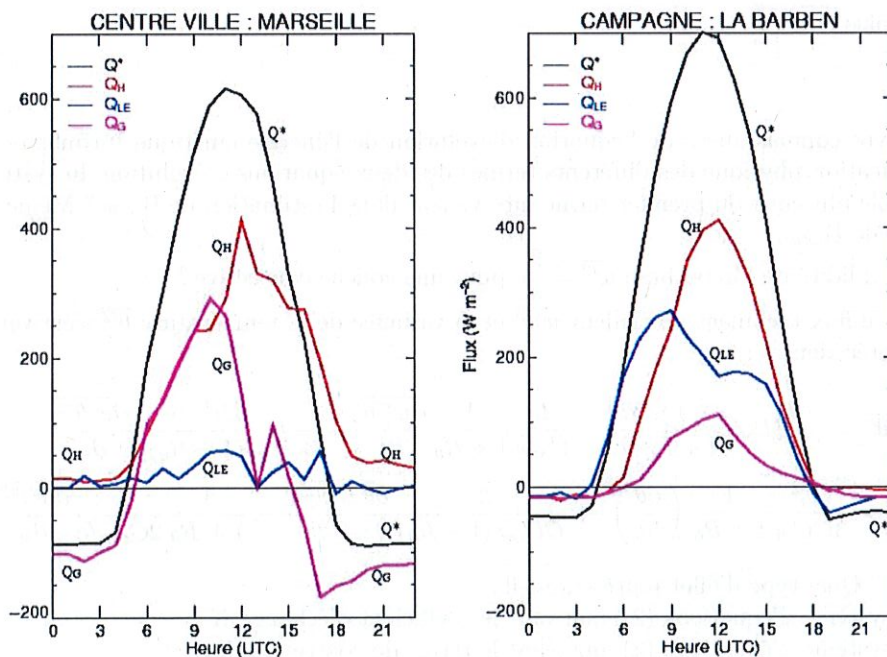


FIGURE 1 – Bilans d'énergie en surface mesurés pour le centre-ville de Marseille (à gauche) et de la garrigue (à droite). Q^* est le rayonnement net, Q_H le flux turbulent de chaleur sensible, Q_{LE} le flux turbulent de chaleur latente et Q_G le flux dans le sol ou les bâtiments.

Exercice III.2 : Un schéma de turbulence adapté aux atmosphères convectives

L'objectif est ici d'améliorer la formulation des flux turbulents pour les couches convectives. La formulation classique en coefficient d'échange est mise en défaut dans ces couches limites, où un flux de chaleur à *contre-gradient* est observé dans la partie haute de la couche mélangée (flux et gradient moyen verticaux de mêmes signes). Ainsi, est souvent utilisé, pour mieux représenter les flux turbulents de chaleur, une formulation dite avec un *terme à contre-gradient* (noté γ) :

$$\overline{w'\theta'} = -K \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \gamma \right)$$

On va ici relier γ à des termes de transport turbulent de quantités turbulentes moyennes.

On part du système de Reynolds pour les moments d'ordre 2 pour les flux et variance de température potentielle (sans vapeur d'eau), stationnarisé et sous l'hypothèse d'homogénéité horizontale. On suppose connue l'énergie cinétique turbulente e . Le système initial utilisé est donc :

$$\begin{cases} 0 = \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{w'^2\theta'}}{\partial z} - \overline{w'^2} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \beta \overline{\theta'^2} + \Pi_{w'\theta'} \\ 0 = \frac{\partial \overline{\theta'^2}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{w'\theta'^2}}{\partial z} - 2\overline{w'\theta'} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \epsilon_\theta \end{cases} \quad (1)$$

avec les hypothèses de paramétrisation suivante :

$$\Pi_{w'\theta'} = -C \frac{\sqrt{e}}{L} \overline{w'\theta'} - \frac{1}{3} \beta \overline{\theta'^2}$$

$$\epsilon_\theta = 2C_{\epsilon\theta} \frac{\sqrt{e}}{L} \overline{\theta'^2}$$

où L est la longueur de mélange, β est le coefficient de flottabilité, et C et $C_{\epsilon\theta}$ sont des constantes.

On suppose de plus $\overline{w'^2} = \frac{2}{3}e$.

- 1) A partir de vos connaissances de l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente, par analogie, donner la signification physique des différents termes des deux équations d'évolution du système (1).
- 2) Quel est le rôle physique du premier terme intervenant dans l'estimation de $\Pi_{w'\theta'}$? Même question pour le second terme de $\Pi_{w'\theta'}$.
- 3) Quelle est la validité de l'hypothèse $\overline{w'^2} = \frac{2}{3}e$ pour une couche convective ?
- 4) Montrer que le flux turbulent de chaleur $\overline{w'\theta'}$ et la variance de la température $\overline{\theta'^2}$ s'écrivent, en utilisant les hypothèses précédentes :

$$\begin{cases} \overline{w'\theta'} = -\frac{2}{3C} L \sqrt{e} \frac{1}{1+R_\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \frac{L}{C \sqrt{e}} \frac{1}{1+R_\theta} \frac{\partial \overline{w'^2\theta'}}{\partial z} - \frac{\beta L^2}{3CC_{\epsilon\theta}(1+R_\theta)e} \frac{\partial \overline{w'\theta'^2}}{\partial z} \\ \overline{\theta'^2} = \frac{2L^2}{3CC_{\epsilon\theta}} \frac{1}{1+R_\theta} \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^2 + \frac{L^2}{CC_{\epsilon\theta}e(1+R_\theta)} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{\partial \overline{w'^2\theta'}}{\partial z} - \frac{1}{1+R_\theta} \frac{L}{2C_{\epsilon\theta}\sqrt{e}} \frac{\partial \overline{w'\theta'^2}}{\partial z} \end{cases} \quad (2)$$

- 5) Que vaut R_θ ? Quel type d'effet représente-t-il ?
- 6) A partir du système d'équations (2), que vaut le coefficient d'échange K ?
- 7) A partir du système d'équations (2), que vaut le terme de contre-gradient γ ?
- 8) Discuter le rôle physique des termes intervenant dans ce terme de contre-gradient (on pourra s'aider de leur rôle dans les équations de Reynolds).